



Facultad de Educación

Unidad Didáctica

MATEMÁTICAS ACADÉMICAS 4º ESO

PROYECTO STEAM

TIRO PARABÓLICO

Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas

Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria

Alfonso Lavín Gómez

Lucía Ortega Del Campo

Índice

1. Introducción.....	3
1.1 Descripción del tema.....	4
1.2 Descripción de los sujetos.....	4
1.3 Descripción del contexto curricular, académico y socioeconómico	5
2. Análisis Didáctico	7
2.1 Análisis de Contenido	8
2.1.1 Conocimiento conceptual	8
2.1.2 Conocimiento procedimental.....	13
2.1.3 Sistemas de representación.....	14
2.1.4 Fenomenología	16
2.2 Análisis cognitivo	18
2.2.1 Caracterización de las capacidades.....	18
2.2.2 Dificultades y errores	20
2.3 Análisis de Instrucción	21
2.3.1 Planteamiento general de las sesiones de las unidades.....	21
2.3.2 Papel y agrupamiento de los estudiantes	21
2.3.3 Papel del profesor	22
2.4 Análisis de Evaluación	23
2.4.1 Criterios de Evaluación	24
2.4.2. Estándares de aprendizaje evaluables.....	24
2.4.2 Instrumentos.....	25
2.4.3 Modelo de evaluación	26
3. Diseño de las tareas o actividades a presentar al alumno.....	28
3.1 Introducción.....	28
3.2 Distribución general de las sesiones	29
3.3 Sesiones e implicaciones.....	29
4. Hojas de actividades	34
5. Bibliografía.....	38

1. Introducción

En el presente documento vamos a desarrollar la unidad didáctica que estudia las funciones cuadráticas para los alumnos de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 4º ESO. Esta unidad didáctica se ha titulado “Tiro Parabólico” debido a que para abordar la enseñanza de las parábolas vamos a ayudarnos de la integración en el aula de las actividades de los proyectos STEAM.

Los proyectos STEAM surgen en el seno de la Unión Europea debido a que los países con más tradición industrial tienen deficiencia de graduados en las áreas de matemáticas, ciencia, tecnología e ingeniería, lo que se considera una amenaza para el futuro económico de la UE ya que hay muchas empresas e industrias que demandan estos perfiles.

El motivo de enseñar esta unidad utilizando el proyecto STEAM se debe a que la enseñanza a través de estos proyectos y actividades se enfoca en la aplicabilidad e interdisciplinariedad de los conocimientos de ciencias y matemáticas, y tienen como objetivo la aplicación de dichos conocimientos a la tecnología y la ingeniería. A pesar de que en el decreto definitivo de la LOMCE no aparece la palabra STEAM de forma explícita, aunque sí la contemplaban en el borrador, debemos dejar claro que, los elementos clave de las actividades STEAM sí aparecen tanto en Educación Secundaria Obligatoria como en el Bachillerato, tanto en los objetivos como en la metodología y la evaluación. En el decreto definitivo de la LOMCE se mencionan los proyectos de investigación (PI), el aprendizaje colaborativo (AC) y la interdisciplinariedad (ID), que son la base de todos los proyectos STEAM, añaden también en el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

1.1 Descripción del tema

En esta unidad titulada “Tiro Parabólico” vamos a trabajar las funciones cuadráticas, cuya representación gráfica es una parábola. Para ello vamos a trabajar diferentes conceptos antes de comenzar con el desarrollo del experimento. En primer lugar, haremos un breve repaso en el que realizaremos ejercicios donde se tenga que encontrar las raíces de dichas funciones, se calcularán los valores de la función cuadrática cuando la variable x toma diferentes valores. En segundo lugar, trataremos teóricamente el vértice de una parábola, cómo saber de forma previa a la representación gráfica el sentido de las ramas, calcular puntos de corte con el eje de ordenadas y con el eje de abscisas y, calcular el eje de simetría. En tercer lugar, llevaremos a cabo todo el desarrollo del experimento. Para ello les daremos una visión global del experimento donde les mencionaremos que se usarán los programas Tracker y GeoGebra, una vez conocido esto les explicaremos cómo se usan cada una de estas herramientas. Primero el programa Tracker que nos permitirá pasar nuestro experimento al ordenador y registrar los datos, después usar estos datos en el programa GeoGebra y realizar un ajuste entre lo teórico y lo experimental.

1.2 Descripción de los sujetos

Esta unidad didáctica va dirigida a alumnos de Matemáticas Académicas que cursan 4º ESO. El grupo al que nos dirigimos posee 28 alumnos con edades comprendidas entre 15 y 16 años, podemos destacar que ninguno de los alumnos que forman este grupo ha repetido curso. Todos ellos presentan diferentes perfiles académicos, por lo que estamos frente a un grupo heterogéneo. Además, a pesar de que ningún alumno tiene adaptación curricular debemos tener presente que tenemos alumnos más afianzados que otros, de hecho en este grupo tenemos un alumno con altas capacidades,

tener altas capacidades y estar con sus compañeros no está siendo un problema para él debido a que siempre está predispuesto a ayudar a sus compañeros, además intentamos que, cada una de las veces que se hacen grupos de trabajo, este alumno forme grupo con aquellas personas que más les cuesta seguir las clases. Por otro lado, tenemos que todos ellos han manifestado que cursarán Bachillerato y que esta fue la razón por la que eligieron las Matemáticas Académicas.

1.3 Descripción del contexto curricular, académico y socioeconómico

Para la elaboración de esta unidad didáctica “Tiro Parabólico” hemos tenido en cuenta los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables recogidos en el BOC, en concreto en el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato que sigue lo establecido por la LOMCE (Ley Orgánica para la mejora de la calidad Educativa).

Como hemos comentado anteriormente, aunque esta unidad puede resultar un tanto innovadora debido a que introducimos los proyectos STEAM en el aula cumple todos los requisitos para formar parte de una programación anual ordinaria.

Con esta unidad pretendemos que los alumnos que están cursando las Matemáticas orientadas a las enseñanzas Académicas en 4º ESO desarrollen todas las destrezas posibles además de interiorizar todos los conocimientos que forman parte de esta unidad, considerando que esta manera de cursar la unidad les beneficiará de manera significativa si queremos que nuestros alumnos terminen la Educación Secundaria Obligatoria siendo competentes en matemáticas. Además, no podemos olvidarnos que cursar esta materia de

forma más amena y atractiva puede despertar en muchos alumnos el interés por la rama de ciencias para el bachillerato.

La unidad didáctica queremos impartirla en el último mes del segundo trimestre, aún no podemos conocer la semana exacta. Para su desarrollo utilizaremos las clases de una semana lectiva normal, es decir, usaremos cuatro clases sin olvidarnos de que disponemos de 55 minutos en cada una de ellas.

Las cuatro sesiones se desarrollarán en espacios diferentes. En primer lugar, el repaso de las funciones cuadráticas lo realizaremos en el aula habitual de 4º ESO. En segundo lugar, el experimento se puede realizar tanto dentro del aula como fuera de ella. Por último, para que todos los grupos puedan tener acceso a los programas que vamos a necesitar para terminar la unidad, que son el programa Tracker y el programa GeoGebra tendremos que trasladarnos al aula de informática del centro, allí haremos la puesta en común y comentaremos las conclusiones.

El centro educativo donde vamos a impartir esta unidad didáctica se encuentra ubicado en el centro de la ciudad de la Comunidad Autónoma de Cantabria. Se trata de un centro de educación concertada que imparte los siguientes niveles: Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato las especialidades de ciencias, ciencias sociales y humanidades. Los alumnos tienen la obligación de ir vestidos de uniforme hasta la etapa de Bachillerato ya que en esta etapa pueden ir vestidos con ropa de calle.

Los alumnos de este centro educativo pertenecen a familias de clase “media-alta”, este aspecto se puede apreciar por el ambiente que se genera durante las clases, las conversaciones entre el alumnado, sus inquietudes y sus pertenencias personales entre otras cosas. Sin embargo, cuando se detectan anomalías en el comportamiento de los alumnos se deben a problemas que puede haber en cualquier familia independientemente del contexto socioeconómico en el que nos encontremos, destacando los problemas personales entre los padres, problemas económicos familiares, problemas

que surgen al intentar ponerse de acuerdo en la toma de decisiones sobre las cuestiones importantes de los hijos o problemas con otros compañeros.

Por último, en esta unidad vamos a trabajar de forma individual y en grupo, aunque esta última será la más importante. Además, debemos resaltar que trabajando la unidad de esta forma vamos a darles a los alumnos el protagonismo de las clases, haciéndoles partícipes de todo el desarrollo de la unidad y esto nos ayudará a que ellos se sientan responsables de su propio aprendizaje aprovechando al máximo las clases, ya que están acostumbrados a que el profesor sea el protagonista de las clases y esto hace que los alumnos no estén motivados por aprender.

2. Análisis Didáctico

A continuación, vamos a tratar de forma individualizada los rasgos principales que hacen que el análisis didáctico sea lo más completo posible.

En primer lugar, vamos a tratar los contenidos de la unidad didáctica que están formados por conocimientos conceptuales, conocimientos procedimentales, sistemas de representación y fenomenología.

En segundo lugar, haremos un análisis cognitivo y en el hablaremos de caracterización de las capacidades y, catalogaremos las dificultades y errores que los alumnos pueden presentar.

En tercer lugar, detallaremos las instrucciones que se deberán seguir para el buen desarrollo de la unidad.

En cuarto lugar, el análisis de evaluación que está formado por criterios que vamos a seguir para la evaluación, estándares de aprendizaje evaluables que están fijados por el currículo, instrumentos que vamos a utilizar para poder evaluar de forma justa a todo el alumnado y modelo de evaluación que va a seguir los profesores que participen en el desarrollo de la unidad.

2.1 Análisis de Contenido

En este apartado, vamos a tratar de forma detallada todos aquellos contenidos matemáticos que estén inmersos en el tema. Este apartado está dividido en cuatro subapartados en los que trataremos conocimiento conceptual y procedimental, sistemas de representación y fenomenología.

2.1.1 Conocimiento conceptual

En este apartado se identifican los términos matemáticos que están relacionados con las funciones cuadráticas que queremos enseñar a los alumnos de 4º ESO. Concretamente se definen dichos términos, se identifica la notación y los convenios que se van a usar a lo largo de la unidad y se presenta mediante un mapa conceptual la relación existente entre ellos. Además, se va a diferenciar entre hechos conocidos o interiorizados y hechos que queremos que adquieran con esta unidad.

En primer lugar, los hechos que consideramos conocidos, es decir, los hechos que los alumnos deben conocer para poder desarrollar con éxito esta unidad son los siguientes:

- Concepto de función
- Resolución de ecuaciones de segundo grado
- Representación de puntos en el plano conocidas sus coordenadas

En segundo lugar, los hechos que vamos a ir desarrollando a lo largo de la unidad son esos hechos que pretendemos que el alumnado aprenda e interiorice con esta unidad. Estos hechos vamos a dividirlos en términos, notaciones y convenios.

❖ Los términos que vamos a tratar en esta unidad son:

- Definición de función cuadrática
- Valor numérico/ Puntos de la parábola
- Forma de su representación gráfica
- Dirección de las ramas
- Eje de simetría
- Vértice de la parábola
- Puntos de corte con los ejes X e Y

Una función cuadrática es una función polinómica de grado 2, es decir, de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$.

La gráfica de una función cuadrática es una parábola.

El valor numérico de una función cuadrática es el número obtenido al sustituir las letras por el número que se indique y realizar las operaciones. Si tenemos $f(x) = 2x^2 + x + 3$, el valor numérico de $f(x)$ cuando $x=3$ es $f(3) = 2 \cdot 3^2 + 3 + 3 = 24$. De esta forma podemos obtener todos los puntos de la parábola que deseemos.

Las ramas de la parábola se abren hacia abajo si $a < 0$. La función es creciente hasta alcanzar la abscisa del vértice y decreciente a partir de él.

Las ramas de la parábola se abren hacia arriba si $a > 0$. La función es decreciente hasta alcanzar la abscisa del vértice y creciente a partir de él.

El eje de simetría de una parábola es una recta vertical que divide a la parábola en dos mitades congruentes. El eje de simetría pasa a través del vértice de la parábola, por lo que es la coordenada en x del vértice de la parábola.

El vértice de la parábola es el punto $V \left(\frac{-b}{2a}, f \left(\frac{-b}{2a} \right) \right)$. Siendo el vértice el punto más alto si $a < 0$ o el punto más bajo si $a > 0$.

Los puntos de corte con el eje de abscisas tienen coordenada Y igual a cero, por lo tanto $ax^2 + bx + c = 0$. Tendremos ninguno, uno o dos puntos de corte, tantos como soluciones tenga la ecuación de segundo grado:

- Si $b^2 - 4ac > 0$ (dos soluciones) tendremos dos puntos de corte.
- Si $b^2 - 4ac = 0$ (una solución) tendremos un punto de corte.
- Si $b^2 - 4ac < 0$ (ninguna solución) no tendremos ningún punto de corte.

El punto de corte con el eje de ordenadas tiene coordenada X igual a cero, por lo tanto $f(0) = a0^2 + b0 + c = c$.

❖ Las notaciones son todos aquellos símbolos que van a utilizarse para poder escribir los diferentes términos matemáticamente correctos. En esta unidad podemos destacar:

- Notación de las operaciones. El símbolo x de la multiplicación en el lenguaje algebraico se sustituye por un punto (\cdot). El resto de los símbolos se mantienen igual (+, -, /, =).
- Notación de puntos en el plano. Para nombrar los puntos se utilizan letras mayúsculas (A, B, C...) seguidas de las coordenadas del punto entre paréntesis. Por ejemplo: A (1,-3), B (-2,5), C (x, y).
- Notación de funciones. Para nombrar y diferenciar las funciones se utilizan letras minúsculas (f, g, h...) seguido de la variable independiente entre paréntesis. Por ejemplo: f(x), g(x).

❖ Los convenios son las normas que debemos seguir para llevar a cabo una correcta escritura y resolución de los ejercicios de esta unidad, es decir, debemos tener en cuenta el lenguaje algebraico y la jerarquía de las operaciones. Además, debemos seguir un orden en el cálculo de los diferentes términos de esta unidad y consideramos oportuno que dicho orden sea el siguiente:

1º Establecer la dirección de las ramas

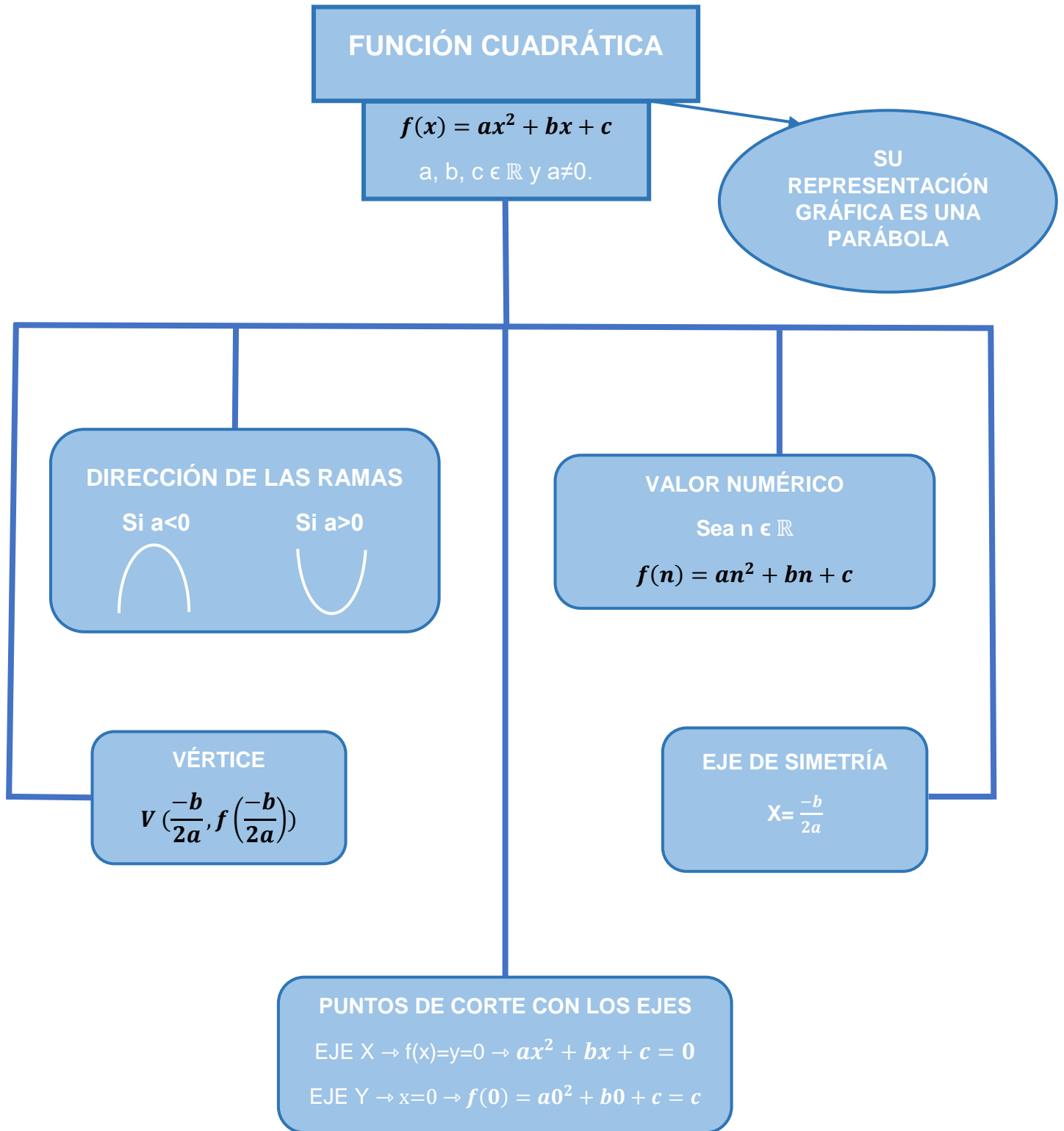
2º Calcular el vértice de la parábola

3º Encontrar los puntos de corte con los ejes

4º Hallar el eje de simetría

5º Esbozar la función

- ❖ El mapa conceptual que relaciona los términos de la unidad sería el siguiente:



2.1.2 Conocimiento procedimental

En este apartado se van a tratar los diferentes procedimientos que se van a llevar a cabo para trabajar adecuadamente todos los contenidos de esta unidad didáctica. El objetivo de todos los procedimientos utilizados es conseguir que los alumnos interioricen correctamente los conocimientos y que logren ver la relación que existe entre el contenido de la unidad didáctica y la vida real.

Se debe destacar el protagonismo de las nuevas tecnologías ya que su uso va a estar presente en prácticamente toda la unidad. El uso de recursos tecnológicos conseguirá que los alumnos estén más interesados y les facilitará el aprendizaje.

Godino (2005) nos dice que si queremos plantear problemas que promuevan la actividad y reflexión matemática los recursos didácticos, ya sean manipulativos o virtuales, pueden ser de gran ayuda, sin olvidarnos del importante papel que tiene aquí el profesor, que debe ser quien guíe a los alumnos y no puede dar por sentado que por usar estos recursos ya van a aprender.

En primer lugar, usaremos el móvil para grabar los diferentes experimentos. Tienen que aprender a ver el móvil como una herramienta de trabajo que les puede ayudar en muchas actividades, inculcándoles así el correcto uso de esta herramienta.

En segundo lugar, usaremos el programa Tracker. Este programa nos ayudará a extraer los datos importantes de nuestro experimento y los alumnos podrán ver el sentido de realizar los vídeos.

En tercer lugar, usaremos el programa GeoGebra. Este programa se usa cada vez más en las aulas ya que facilita la enseñanza de las matemáticas. Con este programa daremos sentido a los datos extraídos con Tracker y podrán visualizar la parábola resultante.

En definitiva, se puede apreciar como los recursos didácticos virtuales van a estar muy presentes durante el desarrollo de toda la unidad.

Por otro lado, no podemos olvidarnos de que el recurso tradicional de resolución de actividades y problemas de forma analítica también va a ser una parte fundamental de esta unidad.

2.1.3 Sistemas de representación

Debemos tener presente que un mismo concepto matemático puede ser representado de diversas formas. Cada una de estas formas contribuye de forma notable a la mejora de la comprensión de todos los conceptos que se estén trabajando ya que se establecen relaciones entre los diferentes aspectos de un concepto. Dentro de los sistemas de representación podemos encontrar: sistema verbal, sistema simbólico, sistema algebraico, sistema numérico, sistema gráfico, sistema manipulativo, etc.

En esta unidad didáctica vamos a trabajar principalmente los tres siguientes sistemas:

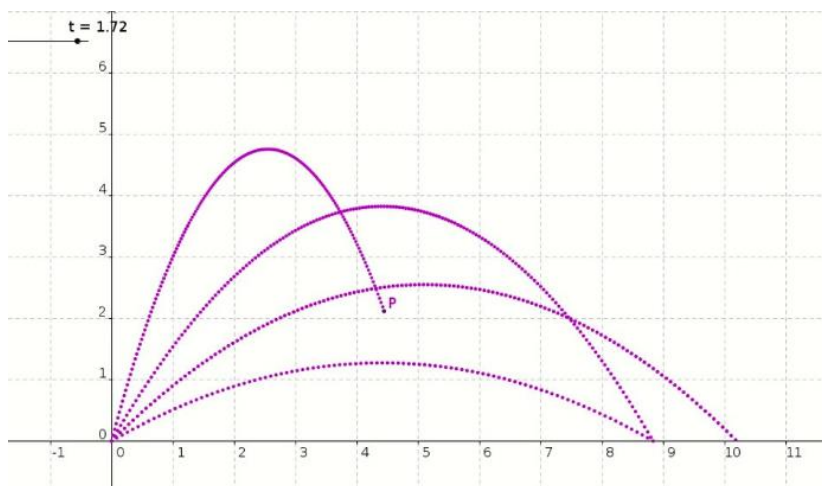
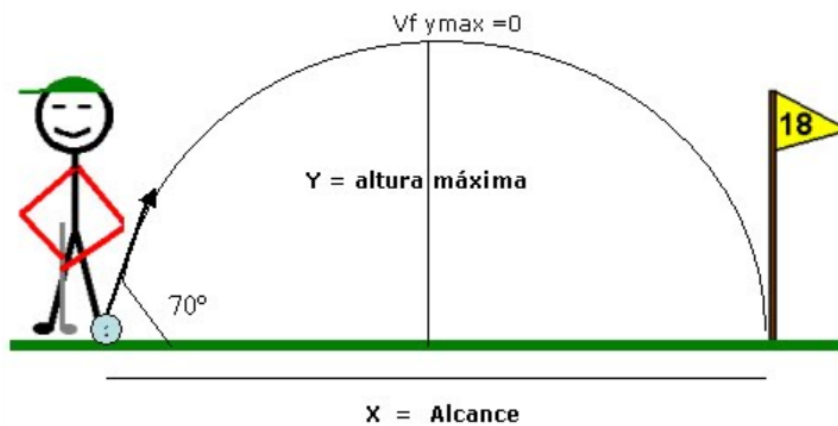
- Sistema algebraico. Todas las funciones cuadráticas que vamos a utilizar durante toda la unidad debemos escribirlas de forma algebraica siguiendo las normas establecidas.
Ejemplo: Encuentra los puntos de corte con los ejes de la función $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$.
- Sistema numérico. Es el sistema más utilizado por los alumnos debido a que se sienten más cómodos conociendo datos concretos. En esta unidad sería conocer

numéricamente el valor de las coordenadas x e y en los puntos de corte con los ejes, las coordenadas del vértice de la parábola, etc.

Ejemplo: El punto de corte con el eje de ordenadas tiene coordenada $x=0$ e $y=3$.

- Sistema gráfico. Este sistema es de gran utilidad para visualizar los conceptos que se estén tratando y facilitar de forma significativa la comprensión.

Ejemplo:



2.1.4 Fenomenología

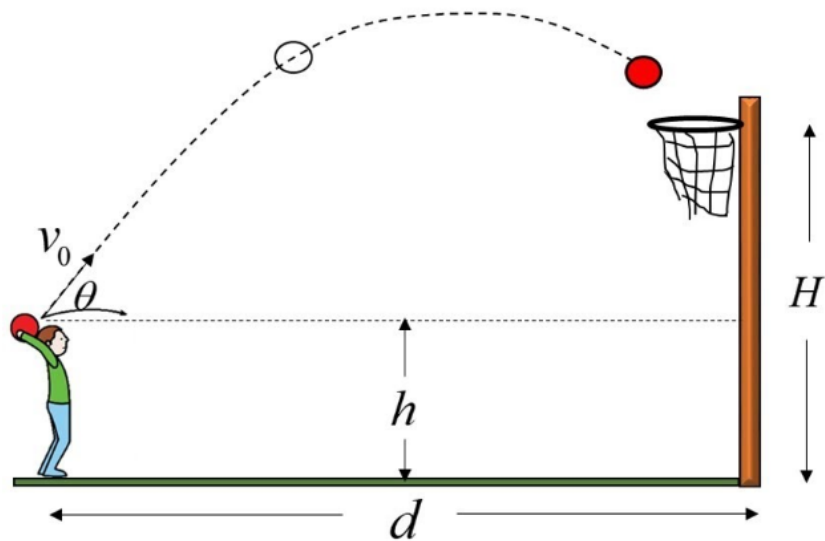
Según Puig (1997) la fenomenología consiste en ver la naturaleza de las matemáticas y su práctica, así como dar la oportunidad a los alumnos de que tengan la experiencia de vivir las matemáticas.

En este apartado se va a desarrollar un análisis fenomenológico y “El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste entonces en describir cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto o la estructura con esos fenómenos. La descripción de los fenómenos para los que es un medio de organización ha de considerar la totalidad de los fenómenos para los que actualmente es así, esto es, ha de considerar la totalidad de los fenómenos para los que actualmente es así” (Puig, 1997).

El tiro parabólico, es decir, el movimiento cuya trayectoria describe una parábola podemos encontrarlo en una variedad de situaciones de la vida cotidiana. A continuación, vamos a mostrar ejemplos de la vida real donde se pueden encontrar:

- Disparo de un proyectil militar. Este hecho dibuja una trayectoria parabólica desde el cilindro del cañón hasta el punto donde cae el objeto.
- Trayectoria de una pelota de golf. Una vez la pelota sale despedida esta realizará un movimiento parabólico.
- Chute de un balón de fútbol. De igual forma que en el ejemplo anterior cambiando el palo de golf por el pie y la pelota de golf por el balón de fútbol.
- Rebote de una piedra sobre la superficie del agua. Después del primer rebote trazará pequeñas parábolas hasta que pierda el empuje inicial y se hunda.
- Lanzamiento de una bomba. Si lanzamos una bomba desde un avión obtendremos un movimiento semiparabólico ya que trazará la mitad de una parábola.

- Caída del agua de una cascada. De la misma manera que la bomba cae del avión, el agua cae realizando un movimiento parabólico.
- Lanzar a canasta en baloncesto. Una vez el balón deja de estar en contacto con las manos, dibujará una trayectoria parabólica.



En definitiva, el tiro parabólico aparece en la vida cotidiana en multitud de situaciones y momentos sin darnos cuenta de que la física y las matemáticas también están presentes.

2.2 Análisis cognitivo

En este apartado vamos a realizar un análisis cognitivo, como dicen González y Gómez (2015) se debe establecer previamente la realidad cognitiva de la unidad y centrar nuestra atención en el aprendizaje del estudiante. Es decir, debemos centrarnos en todas las habilidades que el alumno puede desarrollar con esta unidad, describiendo cómo creemos que el alumnado va a desarrollar su aprendizaje y qué se espera de ellos una vez terminada la unidad.

Se van a tratar, por un lado, la caracterización de las capacidades y, por otro lado, las dificultades y los errores.

2.2.1 Caracterización de las capacidades

Se pueden encontrar en el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, las competencias que los alumnos deben adquirir y desarrollar en el cuarto curso de Educación Secundaria Obligatoria y entre ellas encontramos la competencia matemática.

En concreto, encontramos las competencias que los alumnos adquirirán cursando las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, estas competencias implican la capacidad de aplicar el razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en su contexto. Para el adecuado desarrollo de dicha competencia resulta necesario abordar áreas relativas a números, álgebra, geometría, funciones, probabilidad y estadística.

Además, se adquieren habilidades matemáticas como:

- Analizar e investigar
- Interpretar y comunicar matemáticamente fenómenos y problemas en distintos contextos

- Proporcionar soluciones prácticas basadas en pruebas y argumentos
- Aplicación práctica del conocimiento matemático

Esta unidad didáctica estaría contenida en el bloque de contenidos número 4 denominado “funciones”. Los contenidos que aparecen en este bloque 4 son los siguientes:

- Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Definición formal de función. Expresión algebraica de una función. Análisis de resultados.
- La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo.
- Reconocimiento de otros modelos funcionales: función de proporcionalidad inversa, exponencial y logarítmica, aplicaciones a contextos y situaciones reales.
- Reconocimiento del crecimiento, los extremos, las discontinuidades, la periodicidad y las tendencias en gráficas de funciones.

Se puede apreciar con claridad que con esta unidad didáctica vamos a tratar gran parte de los contenidos realizando solamente estudios con diferentes funciones cuadráticas. Por lo que para llevar a cabo todos los contenidos este bloque deberá ser abordado con más de una unidad didáctica.

2.2.2 Dificultades y errores

En este apartado vamos a tratar las diferentes dificultades y errores que pueden mostrar los alumnos ya que debemos tenerlo muy presente y, estar preparados para dar solución pudiendo así avanzar de la forma más eficaz posible.

Los docentes debemos estar preparados por lo que debemos anticiparnos y tener estrategias para conseguir que los obstáculos que se encuentran nuestros alumnos a lo largo de todo su aprendizaje sean lo más reducidos y menos frecuentes posible.

Podemos destacar que en esta unidad didáctica vamos a evitar un error muy frecuente que es enseñar matemáticas de forma descontextualizada, ya que en esta unidad partimos de un juego de la vida real y lo transformamos en matemáticas con la ayuda de Tracker y GeoGebra.

Entre las posibles dificultades que pueden generarse con esta unidad didáctica estarían las siguientes:

1. Identificar los elementos de una función
2. Relación entre los elementos de una función
3. Descripción de los procesos realizados
4. Confusión entre función y ecuación

Por otro lado, podemos destacar los errores más comunes que tienen los alumnos durante el desarrollo de la unidad:

1. Concebir una función como ecuación
2. Identificar una expresión algebraica como una función
3. Identificar variables dependientes como independientes
4. Encontrar los puntos de corte con el eje de abscisas ya que tienen que resolver una ecuación de segundo grado.

2.3 Análisis de Instrucción

En este epígrafe, se va a explicar cómo se van a secuenciar las sesiones, poniendo en conocimiento del lector el papel del alumnado y el profesorado en el desarrollo de la unidad didáctica.

2.3.1 Planteamiento general de las sesiones de las unidades

Esta unidad didáctica se va a realizar en cuatro sesiones diferenciadas. En los puntos 3.2. y 3.3 de esta unidad se explica con detenimiento cómo se conforman cada una de las sesiones, así como sus implicaciones. La duración de las actividades, estarán sujetas al contexto y situación en las que se realicen.

2.3.2 Papel y agrupamiento de los estudiantes

El papel del alumnado será vital, para el desarrollo de las clases. Se fomentará a lo largo de la unidad unas clases muy interactivas que permitan al alumnado el desarrollo de la cooperación y de la importancia que radica del trabajo autónomo.

En cuanto al agrupamiento podremos distinguir dos vertientes. En primer lugar, los alumnos deberán de realizar unos ejercicios por su cuenta. Posteriormente esto será corregido por todos los alumnos en la clase siguiente. Las actividades son de carácter obligatorio, esto dotará al alumnado una responsabilidad en cuanto al trabajo propio. El profesor anotará si la tarea se ha efectuado o no, debido a que es un criterio indispensable para poder calificar al alumnado en base al porcentaje previamente definido en el epígrafe de Actividades y participación en clase. En segundo lugar, se fomentará el trabajo colaborativo, con una presentación al final de la unidad didáctica. El

número de alumnos por grupo será en base a la cantidad de alumnos en clase, pero consideramos que formando grupos de 3-4 personas todos los alumnos podrán implicarse sin problema.

En el caso de que tengan alguna propuesta o duda, el profesor estará a su disposición. Valorándose positivamente la implicación del alumnado y la productividad en clase. La respuesta de las dudas está sujeta a la disponibilidad que tenga el profesorado, en el caso de que no fuese posible en clase, se podría optar por una tutoría tanto individual como grupal.

2.3.3 Papel del profesor

El profesor es la pieza fundamental de la clase, es el encargado de planificar, estructurar, gestionar y coordinar todas las actividades que se realizan en el aula. En primer lugar, el profesorado ha de tener en cuenta cual es, y cómo se distribuye el currículum de secundaria para que posteriormente pueda realizar una unidad didáctica de acuerdo con el nivel formativo del alumnado y sus necesidades. Deberá de estar coordinado con su departamento, con el fin de garantizar la calidad del contenido que se ha de impartir dependiendo del curso en el que se posicione el profesorado. Con esto lo que se pretende es que no exista solapamiento injustificado en algún momento con temarios de otras asignaturas o cursos. No obstante, si existe acuerdo mutuo con algún departamento adyacente, ya sea Económica, Física y química, si se puede desarrollar una unidad didáctica con un temario ampliado a las dos asignaturas.

En clase el profesor no ha de ser un mero transmisor de información, deberá de ser el encargado de gestionar todas las posibles incidencias que se den a lo largo del desarrollo de la unidad didáctica. Cualquier duda, pregunta o sugerencia, deberá de ser contestada por el profesor siguiendo su propio criterio en base a su experiencia o conocimiento. En este caso en concreto el profesor, explicará los conceptos generales del tema de las parábolas.

Posteriormente dará la explicación al experimento y dotará al alumnado de una serie de pautas para que puedan realizarlo. Además, pondrá en disposición del alumnado todas las herramientas necesarias para el desempeño de esta.

Se propondrán a lo largo de las sesiones actividades de índole individual y grupal, con el fin de fomentar el trabajo cooperativo y la relación entre los mismos integrantes de este.

Será el encargado de evaluar al alumnado, durante el desarrollo de la unidad didáctica. Para ello tiene a su disposición una rúbrica del trabajo final (véase punto 2.4.3). Durante las sesiones el profesor realizará los apuntes que considere necesario, ya que cuestiones tales como comportamiento, participación y asistencia computará a la nota final del alumnado.

2.4 Análisis de Evaluación

La evaluación de la unidad didáctica ha de regirse por la normativa de la Educación Secundaria Obligatoria. La evaluación de este apartado no tendrá implicación ni directa ni indirecta con cualquier otra asignatura del currículo de Secundaria. Solamente tendrá implicación con la asignatura de Matemáticas. Tal y como se afirma en el artículo 13 del BOC, deberá de ser una evaluación continua, formativa y diferenciada excluyéndose así cualquier otra práctica que no aparezca en el Boletín Oficial. El fin fundamental para evaluar esta unidad didáctica, será valorar la adquisición de las competencias de este apartado del currículo.

2.4.1 Criterios de Evaluación

En este apartado vamos a enumerar los criterios de evaluación que debemos tener en cuenta en esta unidad de funciones cuadráticas. Los criterios de evaluación están recogidos en el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que es el decreto que establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria. Para el cuarto curso de educación secundaria obligatoria, en el bloque de funciones, nos encontramos los siguientes criterios:

1. Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica.
2. Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado.
3. Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características.

El conjunto de los experimentos STEAM y las hojas de actividades hacen que tengan sentido estos criterios de evaluación.

2.4.2. Estándares de aprendizaje evaluables

Los estándares de aprendizaje evaluables nos determinan cuáles son aquellas destrezas que los alumnos deben adquirir durante el desarrollo de la unidad didáctica. Les encontramos seguidos de los criterios de evaluación citados en el apartado anterior y son los siguientes:

1. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.
2. Identifica las características más relevantes de una gráfica, interpretándose dentro de su contexto.
3. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.
4. Asocia razonadamente expresiones analíticas sencillas a funciones dadas gráficamente.
5. Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (ecuación punto-pendiente, general, explícita y por dos puntos) e identifica puntos de corte y pendiente, y las representa gráficamente.
6. Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.
7. Representa gráficamente una función polinómica de grado dos y describe sus características.
8. Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.

2.4.2 Instrumentos

Tal y como afirma el artículo 13 en el BOC (SECCIÓN 4ª. EVALUACIÓN Y PROMOCIÓN), los procedimientos e instrumentos de evaluación variados y adecuados a las características del alumnado, teniendo en cuenta la autoevaluación del alumno y considerando el error como principio didáctico. Los instrumentos principales del proceso de evaluación del aprendizaje en esta etapa contemplarán el seguimiento individualizado del alumno, la observación directa y sistemática, el portafolio y la rúbrica.

En esta unidad en concreto se van a impartir 4 sesiones en las cuales se va a trasladar al alumnado un orden secuencial acorde al contenido de la unidad didáctica en sí.

Esta unidad didáctica posee actividades muy variadas, como actividades individuales/grupales y la posterior prueba eliminatoria.

La observación se hará desde el principio de la unidad didáctica, desde la primera sesión el profesor deberá realizar un diario de campo el cual deberá trasladar a las observaciones de la rúbrica que aparece en el siguiente epígrafe.

La rúbrica, permitirá descubrir cuál ha sido el resultado del video y presentación que han realizado ante todo el aula. En este caso se usa una escala Likert, con el fin de que el profesorado pueda detectar diferentes carencias o virtudes que posean cada uno de los grupos. Esto permitirá al profesorado actuar e insistir en cuestiones importantes que van a influir en el desarrollo personal y educativo del alumnado.

2.4.3 Modelo de evaluación

Con el fin de evaluar al alumnado, dentro de los porcentajes establecidos por el BOC evaluaremos esta unidad didáctica mediante una rúbrica elaborada en conjunto con el departamento de Audiovisuales del centro.

El alcance de tal rúbrica va a ser desde el planteamiento de la actividad (1ª Sesión) hasta la puesta en común o conclusiones (4ª sesión). El profesor podrá realizar las observaciones pertinentes en cuanto a cómo se ha desarrollado el trabajo entre los distintos grupos que participen en las presentaciones del video.

Rúbrica de Evaluación de Contenidos de Unidad Didáctica	
Título	
Nº Participantes	
Duración del video	
Nombre de los Autores del Video	
Key Words	

EVALUACIÓN DE ASPECTOS TÉCNICOS					
	1	2	3	4	5
Duración del Video					
Calidad de Video					
Calidad de Audio					
Adecuación de textos					

EVALUACIÓN DE ASPECTOS DE CONTENIDO Y CREATIVIDAD					
	1	2	3	4	5
El video posee claridad.					
El contenido está estructurado.					
Los argumentos son correctos.					
El experimento se adecúa a la unidad didáctica.					

EVALUACIÓN DE ASPECTOS CREATIVOS Y AUDIOVISUALES					
	1	2	3	4	5
No posee errores de visualización.					
Es atractivo, llama la atención.					
Los recursos utilizados atraen al oyente.					
Los recursos utilizados son actuales.					
La presentación es creativa.					
Posee apartado de cuestiones y dudas.					
OBSERVACIONES Y COMENTARIOS					

3. Diseño de las tareas o actividades a presentar al alumno

3.1 Introducción

El fin fundamental de la unidad didáctica será explicar al alumnado qué son las parábolas y como se pueden aplicar de acuerdo con su fenomenología. Para la explicación se usarán diversas herramientas tales como Tracker y GeoGebra. Consideramos importante realizar un experimento el cual vamos a explicar a continuación. Uniremos el contenido con un caso práctico sencillo, con el fin de que puedan materializar todos los contenidos que se van a impartir en el aula.

3.2 Distribución general de las sesiones

La organización de la unidad se va a extender a 4 sesiones, que se desarrollarán desde los conceptos generales necesarios para realizar un estudio de la parábola, hasta la obtención de conclusiones sobre los resultados obtenidos.

Sesión 1: Presentación de Parábolas y pautas para la realización del trabajo final

Sesión 2: Elaboración del video y modelización en Tracker

Sesión 3: Explicación de GeoGebra y modelización del experimento

Sesión 4: Puesta en común y conclusiones

Material necesario: Para la primera sesión será necesario el libro de texto, bolígrafo y cuaderno. Para las siguientes será necesario un ordenador por grupo de trabajo y un terminal USB, con el fin de que puedan transmitir información de un lado a otro con total comodidad.

Ubicación de las aulas: Con el fin de poder realizar el experimento sin la necesidad de que los alumnos traigan su terminal personal a clase, las clases se van a impartir en el Aula de Informática. Por lo que será necesario reservar el aula con antelación. La primera y cuarta clase, se realizará en el aula ordinario.

3.3 Sesiones e implicaciones

En este epígrafe vamos a profundizar en cada una de las sesiones, explicando cómo se van a desarrollar y qué materia se va a tratar.

Sesión 1: Presentación de Parábolas y pautas para la realización del trabajo final

En la primera sesión se realizará la presentación inicial del tema que nos concierne, las parábolas. Para esto se usará el libro de texto y cualquier otro material que el profesor considere conveniente. La realización de la primera sesión será en el aula ordinario en el que el alumnado tenga estipulado. Presuponemos que el profesorado posee ordenador y proyector en el aula para realizar la presentación. El orden será el siguiente:

- 1. Presentación de las parábolas:** En esta parte de la clase, el profesor deberá de presentar la temática. Para ello anteriormente deberá de percatarse si el alumnado sabe algo de las parábolas con el fin de poder afianzar los conceptos o realizar una presentación más concisa sobre el tema. Posteriormente, usará una presentación PowerPoint o Prezi con el fin de explicar toda la terminología relacionado con el mismo. Será término clave para el desarrollo de la actividad posterior, la explicación de la fenomenología con el fin que puedan enlazar lo aprendido con un caso real.
- 2. Cuestiones y puesta en común:** Una vez presentado el tema, será necesario que el profesor exponga preguntas para que el alumnado pueda contestarlas. Además, este espacio servirá al alumnado para que puedan consultar alguna duda en público.
- 3. Pautas para el trabajo final:** Una vez resueltas todas las dudas y propuestas, se realizará una introducción al experimento que se va a realizar. Además, se les informará de donde se van a impartir las siguientes sesiones para evitar problemas. Los alumnos que no han acudido a clase, se les informará por la plataforma YEDRA.
- 4. Formación de grupos de trabajo:** Una vez definidas todas las pautas para la realización del trabajo el profesor distribuirá aleatoriamente los grupos, los cuales no podrán superar los 4 alumnos.

5. Actividad propuesta: Una vez formados los grupos, el profesor explicará en qué va a consistir la primera actividad. Los alumnos deberán llevar por escrito la idea acerca del experimento que van a realizar, con el fin de que en la siguiente sesión pueden consensuar entre todos los integrantes del grupo la idea final para elaborar el trabajo.

Sesión 2: Elaboración del video y modelización en Tracker

En esta sesión se va a dar una explicación para que puedan realizar el video sin ningún tipo de problema. Para ello deberán usar un dispositivo móvil. La clase se va a desarrollar en el aula de informática. Posteriormente a la explicación se va a realizar la modelización en Tracker.

- **Ubicación de grupos:** Para que los alumnos puedan realizar el experimento deberán de sentarse en un ordenador. La disposición de los grupos estará sujeta al número de ordenadores que existan en el aula. En principio la disposición será por grupos.
- **Presentación del video:** En este apartado el profesor realizará un ejemplo de cómo realizar el video, dando toda instrucción necesaria para la elaboración del mismo.
- **Puesta en común.** Después el profesor dará al alumnado (15 minutos) con el fin de que cada uno de los integrantes ponga su idea en común y así poder avanzar con los siguientes pasos para la elaboración de su trabajo final.
- **Modelización en Tracker.** En este apartado el profesor va a realizar una modelización con Tracker. Es decir, va a pasar el video a Tracker y va a ir explicando todo el interfaz

del programa y las prestaciones que tiene. Van a poder visualizar los datos que calcula el programa y ver su aplicación en distintos programas.

- **Modelización Tracker del alumnado:** El profesor dará las señas para que el alumnado pueda realizar pruebas con su ordenador. Para ello el profesor deberá de introducir su video en una carpeta compartida, a la que el alumnado tendrá acceso para extraer el video e introducirlo en Tracker. El trabajo deberá de ser guardado en la misma carpeta compartido, para poder realizar el seguimiento.
- **Puesta en común y dudas:** Mientras el alumnado realiza pruebas, preguntará al profesor cualquier tipo de duda tanto a nivel individual como grupal.
- **Actividad propuesta:** El profesor propondrá la realización del trabajo para casa, será la realización del video propio de cada grupo y la modelización en Tracker. Además, se propondrán una serie de actividades para que profundicen en los conceptos impartidos en clase.

Sesión 3: Explicación de GeoGebra y modelización del experimento

- **Ubicación de grupos:** Para que los alumnos puedan realizar el experimento deberán de sentarse en un ordenador. La disposición de los grupos estará sujeta al número de ordenadores que existan en el aula. En principio la disposición será como la de la sesión anterior.
- **Presentación de GeoGebra:** En este apartado el profesor deberá de hacer una presentación al programa, puesto que es probable que muchos de los alumnos no

sepan de su existencia. Posteriormente, trasladará los datos extraídos en Tracker a GeoGebra.

- **Modelización GeoGebra del alumnado:** Los alumnos deberán de realizar lo mismo que ha hecho el profesor, trasladará los datos a GeoGebra. Como en la anterior sesión, los alumnos tendrán la posibilidad de preguntar dudas en el desarrollo de esta.
- **Puesta en común y dudas:** Se pondrá en común lo impartido en clase. El profesor propondrá la realización del trabajo para casa, será la realización de la modelización en GeoGebra. Se realizará una por cada grupo. Este día no se propondrán ejercicios obligatorios para realizar en casa, debido a que hay que dejarles tiempo para la realización de la presentación.
- **Envío de presentaciones:** Con el fin de garantizar la parcialidad ante todos los trabajos los alumnos deberán de enviar al profesor el trabajo grupal. Por lo tanto, el profesor deberá de abrir foro en Moodle.

Sesión 4: Día de presentaciones

Esta sesión va a ser íntegra a la presentación de los videos de cada grupo, explicando su proceso y el experimento que han realizado. Para evitar problemas de distracción se realizará en el aula ordinaria, puesto que presuponemos que contamos con un terminal, altavoces y proyector.

- **Ubicación de grupos:** La disposición será libre siempre y cuando no interrumpa la presentación de los demás alumnos.

- **Introducción a las presentaciones:** El profesor deberá de iniciar el día de las presentaciones, introduciendo a los grupos y dando todas las pautas. En concreto deberá de observar bien el tiempo de realización de las presentaciones.
- **Presentación de los trabajos:** Se dará comienzo a la presentación. Los alumnos tendrán a su disposición ordenador y proyector.
- **Evaluación:** El profesor deberá de evaluar el trabajo mediante su rúbrica, y podrá hacer cualquier cuestión. Al finalizar las presentaciones, se hará una puesta en común y los alumnos deberán decir al profesor su opinión acerca de la unidad didáctica (impresiones y opiniones).

4. Hojas de actividades

A continuación, se van a mostrar tres hojas de ejercicios que se realizarán durante la unidad didáctica.

En clase se realizarán algunas de estas actividades, pero la mayor parte de ellas se mandarán como deberes para que los alumnos puedan practicar en casa todo lo que han aprendido en clase.

Hemos seleccionado estas actividades para que aprendan a representar funciones con los contenidos que han aprendido. También queremos que sean capaces de extraer de la representación gráfica las características más importantes de una función cuadrática. Y además que sepan representar en GeoGebra cualquier función cuadrática pudiendo comparar los resultados del programa con lo calculado en el papel.

HOJA DE EJERCICIOS 1: ACTIVIDADES FUNCIONES CUADRÁTICAS

1. Determinar el sentido de las ramas, las coordenadas del vértice y la ecuación del eje de simetría de las siguientes parábolas.

- a) $f(x) = x^2 + 4x$
- b) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$
- c) $f(x) = x^2 - 2x + 1$
- d) $f(x) = 2x^2 - 5x$

2. Estudia la función polinómica $f(x) = x^2 - 2x - 3$ y represéntala gráficamente.

3. Representa las siguientes funciones cuadráticas.

- a) $f(x) = x^2 - 1$
- b) $f(x) = (x - 3)^2$

4. De una parábola de ecuación $f(x) = ax^2 + bx + c$, se sabe que su vértice es el punto $V(1,-3)$ y que pasa por el punto $A(0,-1)$. ¿Qué función cuadrática representa?

5. Representa gráficamente las siguientes funciones e indica: el sentido de las ramas, los puntos de corte con los ejes, las coordenadas del vértice y la ecuación del eje de simetría.

- a) $y = 2 - x^2$
- b) $y = 6x + x^2$
- c) $y = (x - 1)^2 + 3$
- d) $y = x^2 + 3x - 4$

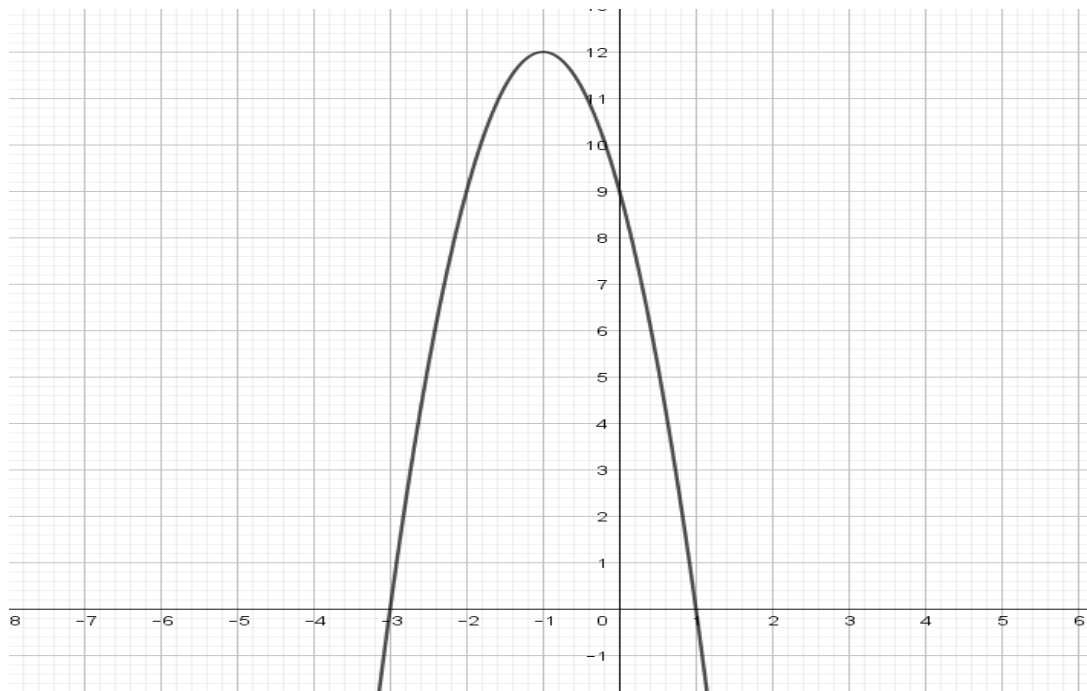
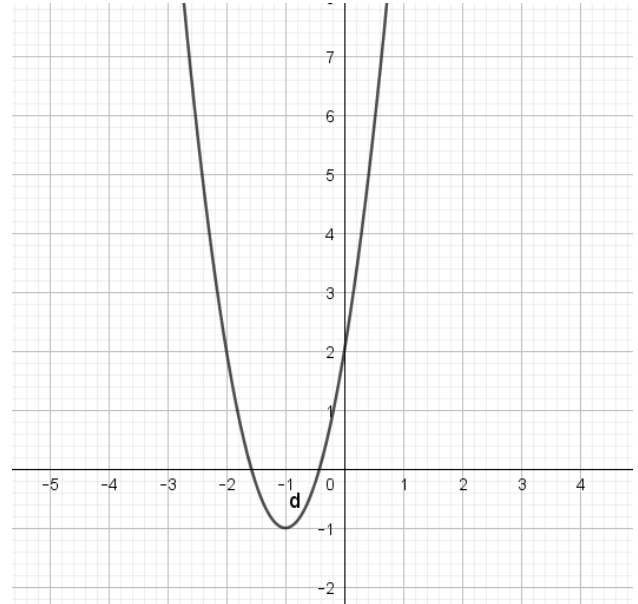
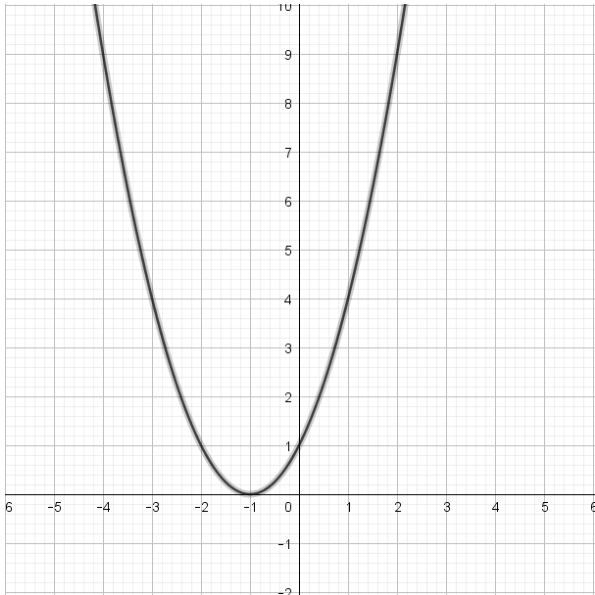
6. Determina el eje y el vértice de las parábolas cuya ecuación es:

- a) $f(x) = 1 - x^2$
- b) $f(x) = 6x - x^2$
- c) $f(x) = (x - 2)^2$
- d) $f(x) = x^2 + 3x - 1$

7. Una vez realizados todos los ejercicios anteriores representar cada una de las funciones en el programa GeoGebra y contrastar las gráficas.

HOJA DE EJERCICIOS 2: ACTIVIDADES FUNCIONES CUADRÁTICAS

1. Extrae las principales características de las siguientes funciones cuadráticas:



HOJA DE EJERCICIOS 3: FUNCIONES CUADRÁTICAS CON GEOGEBRA

- Representa en GeoGebra las siguientes funciones cuadráticas.
- Una vez tengas su representación gráfica extrae las principales características.
- Comprueba analíticamente la solución.

a) $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

b) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

c) $f(x) = 2x^2 - x + 3$

d) $f(x) = -4x^2 + x + 6$

e) $f(x) = 3x^2 + x + 1$

f) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

g) $f(x) = x^2 + 1$

h) $f(x) = -x^2 - 3x$

i) $f(x) = 2x^2 + 4x$

j) $f(x) = -3x^2 + 12$

k) $f(x) = -2x^2 - 4$

l) $f(x) = 3x^2 + 4x - 12$

m) $f(x) = 4x^2 + 3x - 2$

n) $f(x) = (x - 2)^2$

o) $f(x) = x^2$

5. Bibliografía

Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord.) La educación matemática en la enseñanza secundaria.

Godino, J. (2005). Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas.

González, M.J., Gómez, P. (2015). Análisis Cognitivo. Universidad de los Andes.

BOC. (5 de junio de 2015). Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria.

López, J., Sosa, L. (2002). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato.

Gómez, E.M, Hernández, H.E, Chaucañés, A.E, (2015). Dificultades en el Aprendizaje y el Trabajo Inicial con Funciones en Estudiantes de Educación Media.