



Facultad de
Educación

Unidad didáctica

Funciones 3º ESO

Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas

Autores:

Leticia Treceño Cotero

Daniel Vilas Prat

Curso 2018/2019

Profesor: Oscar Arcera López

Máster en Formación del Profesorado de Secundaria
M1113 - Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas

Índice

1. Introducción	2
1.1. Descripción del tema o problemática	3
1.2. Descripción de los sujetos	3
1.3. Descripción del contexto curricular	4
1.4. Descripción del contexto académico	5
1.5. Descripción del contexto socioeconómico	5
2. Análisis Didáctico.....	6
2.1. Análisis de Contenido	6
2.1.1. Conocimiento conceptual	6
2.1.1.1. Hechos	6
2.1.1.2. Conceptos	7
2.1.1.3. Estructuras.....	10
2.1.2. Conocimiento procedimental	11
2.1.3. Sistemas de representación	11
2.1.4. Fenomenología.....	13
2.2. Análisis cognitivo	13
2.2.1. Caracterización de las capacidades.....	14
2.2.2. Dificultades y errores	14
2.3. Análisis de Instrucción	15
2.3.1. Planteamiento general de las sesiones.....	15
2.3.2. Rol y agrupamiento de los alumnos.....	16
2.3.3. Rol del profesor	19
2.4. Análisis de la evaluación	20
2.4.1. Criterios	20
2.4.2. Instrumentos	21
2.4.3. Modelos de evaluación	22
3. Diseño de las tareas o actividades a presentar al alumno.....	23
3.1. Sesión 1	25
3.2. Sesión 2	25
3.3. Sesión 3	26
3.4. Sesión 4	26
4. Anexos	26
5. Bibliografía	33

1. Introducción

El presente documento va a desarrollar una unidad didáctica sobre Funciones, en el curso de 3º de ESO de la asignatura Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Una vez se ha profundizado en números y álgebra, tras ahondar en conceptos y procedimientos básicos de geometría, es cuando se introduce al alumnado en el bloque de Funciones. Se tratará de afianzar el concepto de función y estudiar las características y representaciones gráficas de funciones que se utilizan para describir, interpretar, predecir y explicar fenómenos diversos de tipo físico, económico, social o natural, tratando de eliminar posibles errores de interpretación e incluso de asimilación por parte del alumnado, para evitar que en cursos superiores se acumulen dudas e incluso pueda afectar en el futuro aprendizaje de nuevos conceptos que estén vinculados a los que se aprendan en esta unidad.

Esta unidad didáctica, pretende que el alumnado consiga analizar y describir de forma cualitativa las gráficas, que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias. Además, pretende que sean capaces de analizar una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente, como el dominio, la continuidad, la monotonía, los extremos y los puntos de corte.

Para conseguir que se cumplan los objetivos mencionados, se empleará la unidad didáctica a modo de guía para el docente, ya que en ella se incluyen todos los aspectos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se realizará, a través de un proyecto STEAM (Science Technology Engineering Art Mathematics); donde se busca integrar el arte mediante un enfoque de enseñanza basado en la interdisciplinaridad y aplicabilidad de los conocimientos de ciencias y matemáticas.

Tras contextualizar los contenidos que se quieren trabajar, se tratarán el contexto académico y socioeconómico respectivamente.

Posteriormente, se realizará un análisis didáctico, para planificar detalladamente esta unidad didáctica, donde se tendrán en cuenta los contenidos que se quieren enseñar, así como el procedimiento que se va a llevar a cabo. Además, se realizará un análisis cognitivo, centrándose en el aprendizaje del alumnado. También se incluirá un análisis de instrucción, dejando muy claros los objetivos que se quieren conseguir, donde quedarán perfectamente definidos en el apartado correspondiente. El último análisis, corresponde al de evaluación, donde se detallan los criterios, los instrumentos y el modelo que se empleará para llevar a cabo la evaluación.

Por último, se presentarán las diferentes tareas o actividades que deberán desarrollar los alumnos, bien en las diferentes sesiones programadas, o bien en casa para adquirir los conocimientos que se pretenden alcanzar. Además, se incluirán anexos para facilitar de forma visual algunas actividades que se quieren llevar a cabo con los estudiantes.

1.1. Descripción del tema o problemática

La presente unidad didáctica trata sobre Funciones, dirigida al alumnado de 3º de ESO de la asignatura Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Saber leer y crear gráficas, además de conocer el lenguaje gráfico y estadístico, usar calculadoras y otros procesos matemáticos, ayudan, además de aprender los aspectos necesarios de las funciones, a desarrollar competencias digitales. Por otra parte, conocer las funciones no sólo repercute en la asignatura de matemáticas, sino que se utiliza en otras materias dentro y fuera del ámbito científico tecnológico, como en ciencias sociales, física o tecnología.

Es necesario e importante durante esta unidad, el análisis y descripción de las funciones en mayor profundidad, al haber tenido ya contacto con el tema en el curso anterior. El alumnado debe adquirir habilidades y destrezas para analizar, identificar, relacionar y comparar gráficas, además de conocer en mayor profundidad las rectas para poder aplicarlo en el entorno cotidiano.

Dentro de esta unidad se trabajarán los siguientes objetivos:

- Analizar y describir cualitativamente gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias, como física.
- Analizar situaciones a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente: dominio, continuidad, monotonía, extremos y puntos de corte.
- Relacionar situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.
- Utilizar modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.
- Conocer las expresiones de la ecuación de la recta.
- Identificar cuándo las rectas son paralelas.
- Conocer los casos particulares de rectas: bisectrices de los cuadrantes y rectas paralelas a los ejes.
- Conocer las funciones cuadráticas. Mediante representación gráfica, o empleándolo para representar situaciones de la vida cotidiana.

1.2. Descripción de los sujetos

Nos encontramos en un entorno rural dentro de la comunidad autónoma de Cantabria. El instituto sobre el que vamos a realizar la propuesta didáctica se trata de un IES ubicado en el municipio de Corvera de Toranzo, IES Vega de Toranzo.

La clase a la que va dirigida esta unidad didáctica es para un grupo de alumnos de 3º de ESO. El centro se encuentra en un entorno rural, donde las aulas no disponen grandes volúmenes de alumnado. Concretamente en 3º de ESO hay 11 alumnos que estudian matemáticas académicas y 5 alumnos que estudian aplicadas.

Teniendo en cuenta esta circunstancia y pensando en un proyecto inclusivo e innovador, planteamos un taller en el que se puedan mezclar ambos grupos, formando un total de 16 alumnos. De esta forma, además de profundizar en los conceptos de funciones, desarrollarán la capacidad de trabajar en grupo, encontrándose en un ambiente multidisciplinar. Lo que también les obligará a investigar en grupos reducidos sobre conceptos que no tengan del todo desarrollados e incluso poderse explicar los unos a los otros los conceptos que sean necesarios.

Como ya se ha mencionado, se dispone de un grupo multidisciplinar de 16 alumnos, lo que se pretende es realizar 4 grupos de 4 alumnos mezclando las clases. Cada grupo deberá estudiar las parábolas que se les den a través de dos programas informáticos, tracker y GeoGebra. Con esta práctica se les introducirá a las funciones cuadráticas, polinomios y energías.

1.3. Descripción del contexto curricular

Los contenidos de esta unidad didáctica están de acuerdo con lo enunciado en el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria, en el marco de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), dentro del bloque 4: Funciones, de la asignatura Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º de ESO, junto a los criterios de evaluación y a los estándares de aprendizaje.

Este decreto menciona que “las Matemáticas favorecen (...) el desarrollo de las competencias en ciencia y tecnología, proporcionando un acercamiento al mundo físico a través de modelos matemáticos (...) para identificar preguntas, resolver problemas, llegar a una conclusión o tomar decisiones” (p. 3248).

Los contenidos que recoge el mencionado decreto dentro de esta unidad didáctica son:

- Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.
- Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente: dominio, continuidad, monotonía, extremos y puntos de corte.
- Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.
- Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.
- Expresiones de la ecuación de la recta.
- Identificación de rectas paralelas.
- Casos particulares de rectas: bisectrices de los cuadrantes y rectas paralelas a los ejes.

- Funciones cuadráticas. Representación gráfica. Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.

Los criterios de evaluación que se recogen en el mencionado decreto hacen referencia a conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica. También se deben identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado. Por otro lado, deben ser capaces de reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características.

En cuanto a los estándares de aprendizaje, el alumno debe ser capaz de interpretar el comportamiento de una función dada gráficamente y asociar enunciados de problemas contextualizados a gráficas, identificar las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto, construir una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto y asociar razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.

1.4. Descripción del contexto académico

Los estudiantes de 3º de ESO de la asignatura Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas y los de las matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas, disponen de un nivel académico medio, es decir, no existe ningún alumno con necesidades específicas especiales. Tampoco ha habido repetidores, y todos los discentes han obtenido en la asignatura de Matemáticas de 2º de ESO al menos un aprobado, por lo que se considera que todo el alumnado ha obtenido un desarrollo de aprendizaje favorable.

Si bien es cierto, el curso anterior, los alumnos tuvieron su primer contacto con el bloque de funciones, por lo que se deberán tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes. Si existiera algún desfase entre los discentes, en cuanto a la adquisición de conocimientos, emplearíamos tareas de refuerzo previo para estos alumnos.

La unidad didáctica de Funciones se desarrollará durante la tercera evaluación. La asignatura de Matemáticas tiene una carga lectiva de 4 sesiones semanales, con una duración de 50 minutos cada sesión.

1.5. Descripción del contexto socioeconómico

Nuestro instituto se encuentra en un entorno rural dentro de la comunidad autónoma de Cantabria, dentro del municipio de Corvera de Toranzo, en Alceda. El alumnado junto con sus familias, residen en los pueblos de los alrededores.

La situación económica y laboral de las familias es estable, dedicándose la mayoría a la ganadería. A pesar de encontrarse en un entorno rural, los estudiantes disponen de internet, así como material de consulta que se facilita desde el centro. La mayoría del

alumnado dispone de ordenador en su casa, y en los casos en los que esto no sucede, se facilitan en el centro ordenadores para que estudien, busquen información o realicen las actividades que les proponen los docentes.

El nivel educativo de las familias es bajo, dado que se dedican la mayor parte de ellas a la ganadería y abandonaron los estudios antes de obtener el graduado escolar. Por lo que no podemos contar con la ayuda familiar ante dificultades en el aprendizaje.

En el entorno familiar de los estudiantes no se conocen familias desestructuradas, aunque sí existen casos en los que hay endogamia. En principio, esto no debería suponer ningún problema a la hora de desempeñar la labor docente, ni tampoco en el aprendizaje del alumnado.

2. Análisis Didáctico

El análisis didáctico es un procedimiento de planificación para realizar una unidad didáctica. Está compuesto por el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de evaluación.

2.1. Análisis de Contenido

El análisis de contenido es un procedimiento que permite al profesor de matemáticas identificar, organizar y seleccionar conceptos matemáticos para su enseñanza de acuerdo a cuatro pilares principales: el conocimiento conceptual, el conocimiento procedimental, los sistemas de representación y la fenomenología.

2.1.1. Conocimiento conceptual

A continuación se definirán los términos y conceptos que se quieren enseñar a los alumnos dentro de esta unidad didáctica, funciones, de manera detallada. Para ello, tendremos en cuenta los hechos que aparecen en la misma, identificando los términos, notaciones y convenios, representándolos a través de un mapa conceptual y mostrando la relación que existe entre ellos.

2.1.1.1. Hechos

Dentro de los hechos de esta unidad didáctica, funciones, se encuentran los términos, notaciones y convenios, también serán tratados los que aparecen en el bloque 4 de física y química para 3º de ESO, Energía. De manera que a la hora de trabajar en tracker y GeoGebra, los alumnos estarán familiarizados con todos los hechos que aparecen en sendos programas.

En cuanto a los *términos* que se van a utilizar son: función, gráfica, variable independiente y dependiente, dominio, rango, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, periodicidad, continuidad y discontinuidad, puntos de corte, funciones cuadráticas, cualitativo y cuantitativo, energía y transformaciones energéticas.

Por otro lado, las *notaciones* que se van a estudiar dentro de esta unidad didáctica son:

- Función f que depende de la variable x : $f(x)$
- Variable independiente: x
- Variable dependiente: y
- Eje de abscisas, abscisa: x
- Eje de ordenadas, ordenada: y
- Representación de un punto: (x, y)
- Dominio de definición: $Dom f$
- Recorrido: $f(x)=y$
- Expresión analítica de la función: $y=mx+n$
- Expresión analítica de la función cuadrática: $y=ax^2+bx+c$
- Vértice de la función: $x_v = \frac{-b}{2a}$

Por último, los *convenios* que se utilizan en esta unidad son los siguientes:

- Representación de los ejes cartesianos, definiendo las abscisas x , y las ordenadas y .
- Representación de los puntos de la gráfica, cada punto de la gráfica tiene dos coordenadas, su abscisa x y su ordenada y .
- Forma de obtener el dominio.
- Forma de obtener el recorrido.
- Obtención de máximos y mínimos.
- Obtención del crecimiento o decrecimiento.
- Estudio de la continuidad o discontinuidad de la función.

2.1.1.2. Conceptos

Los conceptos son regularidades o relaciones entre los hechos que se han comentado previamente, y para el desarrollo de esta unidad didáctica se trabajan los siguientes conceptos: función, gráfica, variable independiente y dependiente, dominio, rango, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, periodicidad, continuidad y discontinuidad.

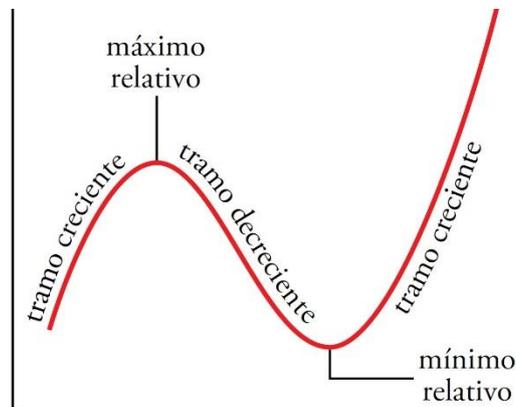
Función: es una relación entre dos variables a las que, en general, llamaremos x e y . Siendo x la variable independiente e y , la variable dependiente. La función asocia a cada valor de x un único valor de y . Se dice que y es función de x .

Gráfica: es una representación de datos numéricos, mediante líneas, superficies o símbolos, para ver la relación que los datos guardan entre sí.

Se puede visualizar el comportamiento de una función observando su representación gráfica.

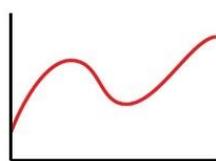
Variable independiente y dependiente: una variable independiente es aquella a la que su valor se le puede asignar libremente; mientras que el valor de la variable dependiente depende del que tomemos para la variable independiente.

Máximos y mínimos relativos: una función tiene un *máximo relativo* en un punto cuando su ordenada es mayor que la ordenada de los puntos que lo rodean. A la izquierda del máximo relativo, la función es creciente, y a su derecha es decreciente. Una función presenta un *mínimo relativo* en un punto cuando su ordenada es menor que la de los puntos que lo rodean. A la izquierda del *mínimo relativo*, la función es decreciente, y a su derecha, creciente.

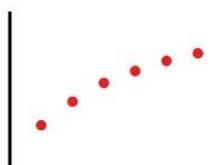


Periodicidad: una función es periódica cuando su comportamiento se va repitiendo cada vez que la variable independiente recorre un cierto intervalo. A la longitud de ese intervalo se le llama periodo. Una función periódica queda perfectamente determinada conociendo su comportamiento en un periodo.

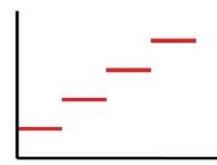
Continuidad y discontinuidad: una función se llama continua cuando no presenta discontinuidad de ningún tipo. Por tanto, su gráfica se puede trazar sin levantar el lápiz del papel. También se puede decir de una función que es continua en un tramo, aunque tenga discontinuidades en otros lugares. Una función es discontinua cuando no cumple con lo que se ha mencionado anteriormente.



F. Continua

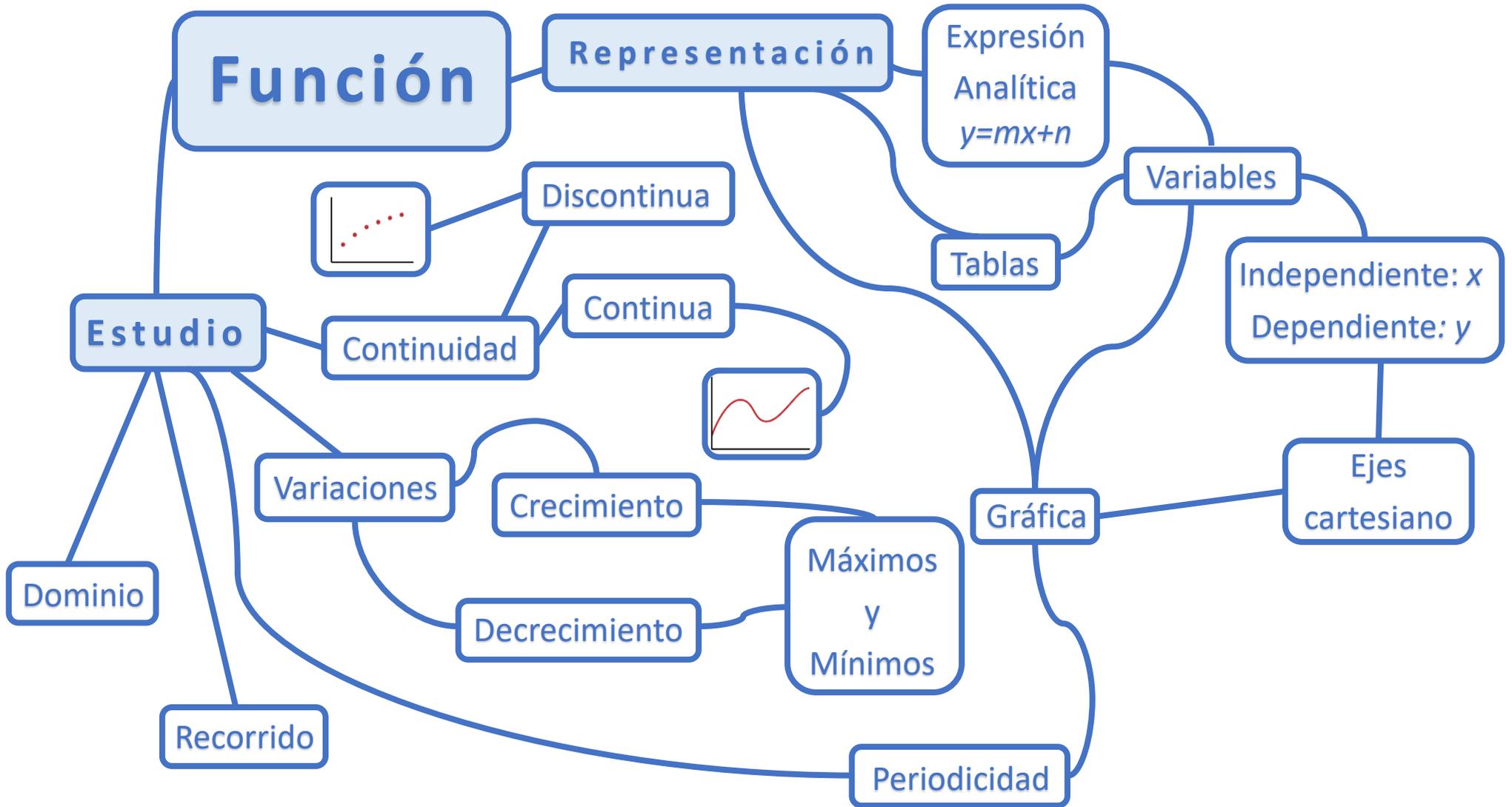


F. Discontinua



F. Discontinua

2.1.1.3. Estructuras



2.1.2. Conocimiento procedimental

El objetivo principal es que los alumnos comprendan y dominen los conceptos necesarios para poner en práctica el estudio de características y representaciones gráficas de funciones que se utilizan para describir, interpretar, predecir y explicar fenómenos diversos de tipo físico, económico, social o natural. Es decir, que a través de las estrategias facilitadas sepan los conocimientos requeridos, y sepan ponerlos en práctica o desarrollarlos.

Detallamos a continuación los conceptos que el alumnado debe aprender, dónde se tienen en cuenta los algoritmos y estrategias que se llevarán a cabo:

- Analizar y describir cualitativamente gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.

Para que el alumnado sea capaz de desarrollar estas destrezas, se realizarán búsquedas en los medios de comunicación de gráficas de funciones con aspectos económicos, sociales, políticos, etc. A través de esto se proveerá para introducir la diferencia entre cualitativo y cuantitativo, además de relacionar esta unidad didáctica con la vida cotidiana.

- Analizar una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente: dominio, continuidad, monotonía, extremos y puntos de corte.

A través de la resolución de un caso empleando la herramienta GeoGebra, se explicarán detalladamente los diferentes conceptos utilizando la imagen una montaña y dibujando sobre ella la función, también se explicarán a través de preguntas guiadas los conceptos que se quieren estudiar. Una vez se tienen los conceptos, “saber”, se ofrecerán ejemplos similares a los alumnos para que los resuelvan y los pongan en práctica, “saber hacer”.

- Expresiones de la ecuación de la recta. Funciones cuadráticas.

Estos conceptos deberían haberse trabajado anteriormente, por lo que se aplicará a modo repaso y tratando de detectar alguna anomalía en su conocimiento a través de algún ejemplo práctico.

2.1.3. Sistemas de representación

Los sistemas de representación son los símbolos, gráficos o signos que hacen presente un objeto, concepto o idea. Un mismo concepto matemático admite una diversidad de representaciones. Las representaciones no son signos aislados, sino que se representan organizados en sistemas.

Cada sistema de representación pone de manifiesto y resalta aspectos particulares de un concepto; también permite entender y trabajar algunas de sus propiedades.

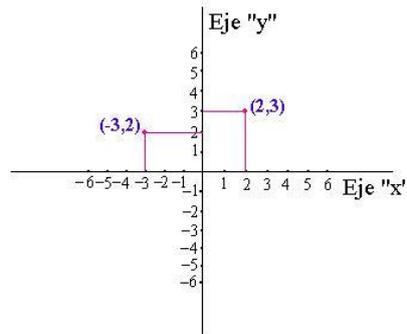
Los sistemas de representación contribuyen a la comprensión de los conceptos matemáticos; tienen gran importancia en la caracterización del significado de las nociones matemáticas al establecer relaciones entre diferentes aspectos de un concepto.

Se definen a continuación los diferentes sistemas que aparecen en esta unidad didáctica:

Formas de representar la función:

- *Diagrama cartesiano (gráfica):* Consiste en dividir el plano en cuatro partes llamadas cuadrantes mediante dos rectas perpendiculares entre sí (horizontal y vertical respectivamente). Dichas rectas se cortan en un punto que recibe el nombre de origen de coordenadas.

Las rectas se dividen en segmentos de igual longitud y a cada marca del segmento se le asigna un número. En la recta horizontal (llamada "eje de abscisas" o "eje de las x"), al punto de corte con la otra recta se le asigna el 0 y hacia la derecha números positivos; y hacia la izquierda los números negativos. De forma análoga se procede con la recta vertical (llamada "eje de ordenadas" o "eje de las y"), al punto de corte se le asigne el 0 y hacia arriba los números positivos; y hacia abajo los números negativos. De modo que tenemos la situación del dibujo.



- *Expresión analítica o fórmula:* Es la expresión algebraica de la función, en la cual los elementos de los conjuntos se simbolizan mediante variables.

Las fórmulas de las funciones son de la forma $y=f(x)$, en la cual $f(x)$ es una expresión en términos de x ; x es la variable independiente y representa los elementos de $Dom f$; y es la variable dependiente y representa los elementos de $recorrido f$.

$$y = f(x) = mx + n \rightarrow y = 2x + 3$$
$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow y = 2x^2 + 3x + 4$$

- *Tabla de valores:* Una tabla de valores es una tabla donde aparecen algunos valores de la variable independiente x y sus correspondientes valores de la variable dependiente y .

El uso de este tipo de tablas para expresar una función es característico de las Ciencias Experimentales, como la Física o la Química, en las que un proceso se estudia primero en el laboratorio y se recogen mediante instrumentos de medida una serie de datos o valores que se tabulan para una posterior interpretación. Con ellos se pretende obtener una ley o función que gobierne el proceso.

x	-1	-2	-3	1	2	3
y	-2	-4	-6	2	4	6

x	y
-1	-2
-2	-4
-3	-6
1	2
2	4
3	6

2.1.4. Fenomenología

La Fenomenología delimita los fenómenos, es decir, las situaciones y contextos que establecen la funcionalidad y/o el origen de los conceptos matemáticos. Por ejemplo, la fenomenología en matemáticas de una parábola sería el llenado de una superficie.

Para facilitar el aprendizaje y la asimilación de nuevos conceptos, mostraremos al alumnado los fenómenos o situaciones reales que se asocian con el uso de las funciones a través de las noticias que se encuentren en los diferentes medios de comunicación.

2.2. Análisis cognitivo

El análisis cognitivo se centra en el aprendizaje del estudiante. Con este análisis el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo el alumno progresa en su construcción del conocimiento cuando se enfrenta a las tareas matemáticas propuestas (al contenido).

Este análisis cognitivo se realiza mediante el estudio de las competencias, las habilidades, y las dificultades y errores que los estudiadas puedan encontrar.

Para ello se describe cómo se considera que el alumno va a desarrollar su aprendizaje en relación con las funciones y gráficas. Concretamente, se identifican, atendiendo al currículo de matemáticas, que establece el Decreto 38/2015, de 22 de mayo.

2.2.1. Caracterización de las capacidades

Las competencias establecidas en Educación Secundaria Obligatoria según la LOMCE en el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, son la comunicación lingüística, la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia digital, aprender a aprender, competencias sociales y cívicas, sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, y conciencia y expresiones culturales.

A lo largo de esta unidad didáctica se trabajarán varias competencias, se buscará fomentar la competencia transversal hacia otros campos, como la física, si bien es cierto, la competencia general que se trabajará a lo largo de toda la unidad será la competencia matemática, a través de la resolución de problemas aplicando los conocimientos matemáticos adquiridos con ayuda de algunos de los procedimientos estudiados.

En cuanto a la competencia digital se utilizarán herramientas como tracker y GeoGebra en los procedimientos de construcción, al tratar conceptos de funciones y gráficas. Por otro lado, aprender a aprender se conseguirá a través de una metodología práctica en el aula, realizando grupos y desarrollando un trabajo en equipo, además esto favorecerá las competencias sociales y cívicas, les ayudará a desarrollar el sentido de iniciativa y en algunos casos el espíritu emprendedor.

Finalmente, interiorizar la competencia de conciencia y expresiones culturales se realizará mediante la programación de aquellos conceptos que relacionan las funciones y las gráficas con situaciones de la vida cotidiana.

2.2.2. Dificultades y errores

En esta unidad didáctica se relacionan conceptos vistos en temas anteriores e incluso en cursos anteriores, lo que puede resultar en el alumnado una dificultad si no adquirió el concepto de forma clara.

Desde el punto de vista didáctico, los docentes deben anticiparse a esas dificultades para que el alumno no sienta frustración y se niegue a aprender los conocimientos que le se le vayan a impartir. Para ello, se deben hacer ejercicios de investigación, utilizando la empatía para cerciorarse de cuáles son esas dificultades. Una vez conocidas, adaptarse a las necesidades específicas que surjan en el aula. Para ello, se deben contar con diferentes metodologías donde poder emplear la más adecuada a cada caso. Ejemplos de dificultades pueden ser: saber despejar ecuaciones, tanto lineales como cuadráticas, conocer la representación de los ejes cartesianos diferenciando los cuadrantes, etc.

En cuanto a los errores que el alumnado suele cometer a la hora de trabajar esta unidad didáctica, según los puntos de vista de diferentes docentes del ámbito científico tecnológico se pueden agrupar en los siguientes:

- Conceptos: función, variables, dominio de la función, recorrido, crecimiento, decrecimiento, continuidad y discontinuidad.
- Representación de los ejes cartesianos, los signos de los cuadrantes.
- Representación gráfica a partir de la expresión analítica.
- Interpretación gráfica de una función a tramos.
- Comprensión de un ejercicio donde se pida expresar analíticamente una función a través de un enunciado. Así mismo, expresar gráficamente la función cuando se da de forma analítica.

2.3. Análisis de Instrucción

En este apartado se describe someramente el análisis de instrucción, en consecuencia, se detalla con rigor cada punto correspondiente. En primer lugar, se expone cuál va a ser el planteamiento general de las sesiones en el apartado 2.3.1. Aquí se describen las diferentes metodologías que se va a seguir para llevar a cabo la organización y el dinamismo de cada sesión de toda la unidad. En segundo lugar, en el apartado 2.3.2 se detalla el papel de cada estudiante y cómo se disponen, en su caso, en grupos grandes o reducidos, así como, la relación de estudiantes y cómo se va a trabajar con ellos. Por último, en el apartado 2.3.3, se detalla una aproximación del papel que va a desempeñar el profesor en el aula durante el desarrollo de cada sesión a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.3.1. Planteamiento general de las sesiones

Los grupos de 3º de la ESO de matemáticas aplicadas y 3º de la ESO de matemáticas académicas se juntarán durante la ejecución de la presente unidad didáctica en una única clase. Durante el desarrollo de la unidad (una semana) se seguirá un programa dividido en cuatro sesiones (cada una de las clases de matemáticas), con la incorporación de dos vídeos explicativos que han de ser objeto de estudio por el alumno antes de empezar la jornada.

Las sesiones de la unidad STEM correspondiente a la interpretación y resolución de parábolas se desarrolla en forma de Flipped-Classroom. Esta metodología pretende apartar ciertos aspectos teóricos del aula para agilizar ese proceso de asimilación y centrarse en la aplicación práctica y lúdica para desarrollar el conocimiento con una mínima base implantada con vídeos y fichas en casa. Con ambas modalidades STEM y Flipped-Classroom, se contribuye al aprendizaje desde la investigación para fijar conceptos teóricos con una gran transversalidad en el ámbito científico.

La forma en que se resuelve la unidad didáctica es la siguiente:

De forma anticipada se deja un vídeo con gran interés y atractivo adolescente en la red, donde los estudiantes deben acceder para informarse de qué va a tratar la unidad y qué hay que conocer para desarrollarla a la misma vez que sientan curiosidad por llevar a

cabo la unidad. En clase, una vez que conocemos todos la temática de antemano, empezamos a trabajar.

Primero se introducen los conocimientos físicos, de fuerzas y trayectorias experimentando con un ejemplo de parábolas sucesivas grabado en clase. Después, se analiza dicho ejemplo con el programa tracker (ya conocido por el vídeo informativo), y se asienta cómodamente el manejo del programa con la ayuda del profesor.

El segundo paso es conectar con las matemáticas. Las fuerzas y trayectorias libres generan movimientos que se pueden analizar y materializar en ecuaciones matemáticas para su estudio detallado. Para ello, se utiliza el programa GeoGebra (también conocido previamente por el vídeo informativo) y de la mano del profesor, poco a poco se asientan los conocimientos de su uso a la vez que se resuelve el problema grabado y analizado de la parábola.

El tercer paso, consiste en pasar los datos al papel y al análisis numérico. Este paso se desarrolla en grupos para pensar en común el porqué de sus resultados y se ha de elegir un modelo que presentar a la clase como solución final. Una vez elaborado cada resultado grupal se analiza de forma global en clase la correlación de sus estudios y se arrojan los datos de puesta en común.

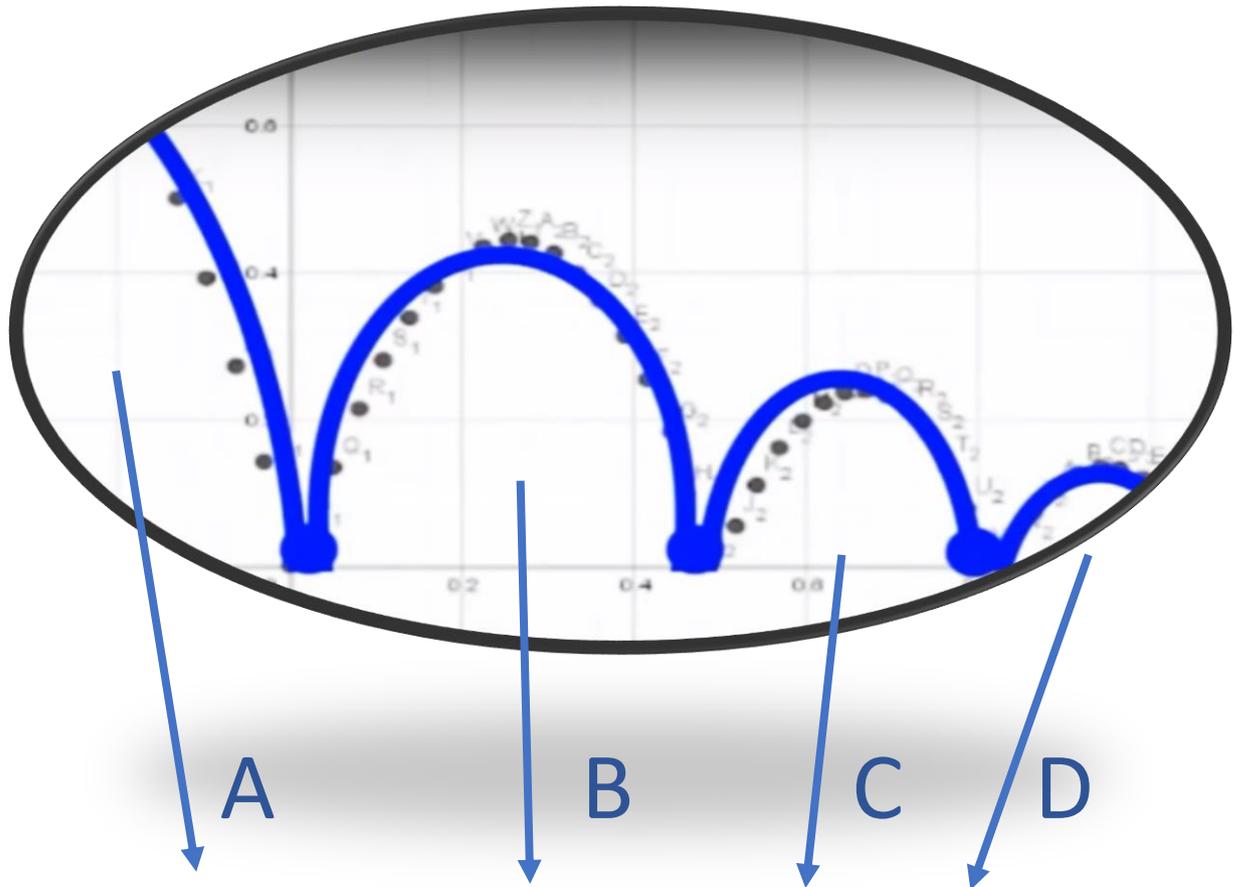
El paso final es analizar de forma individual cada uno su parábola (vértices, cortes ejes, dibujo) y la regresión lineal de vértices grupales. Ambas expresiones se relacionan finalmente con la teoría de polinomios, su significado, utilidad y representación.

De forma paralela, cada alumno es consciente del desarrollo de su propio trabajo pues ha de lograr: exportar un documento tracker, un análisis parabólico, un análisis lineal y una serie de cuestiones. Todo este conjunto de actividades es calificado.

2.3.2. Rol y agrupamiento de los alumnos

Los estudiantes adoptarán el rol de científicos ante la búsqueda de la parábola. El trabajo será de forma individual, por grupos que estudian lo mismo o toda la clase en conjunto, según la actividad del momento.

A continuación, se expone de forma organizativa y explicativa el avance de las cuatro sesiones (una por día):



PROCESO DE SELECCIÓN ALEATORIO

s1	s2	s3	s4	PARÁBOLA "A"	PARÁBOLA "B"	PARÁBOLA "C"	PARÁBOLA "D"												
Vídeo				XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX															
Tracker				X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
GeoGebra				X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Papel				XXXX				XXXX				XXXX				XXXX			
Exposición				XXXX				XXXX				XXXX				XXXX			
Análisis				XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX															
Ficha reflexiva (calificación)				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
				10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Los alumnos son distribuidos de forma aleatoria en grupos que condicionarán parte de su trabajo.

Durante el proceso de estudio y elaboración del informe podrán compartir información y ayudarse, recordando que cada alumno, se encontrará condicionado por los datos específicos que ha adquirido.

De forma más detallada, se desglosa el rol del estudiante en una escala temporal y secuencial:

s1	s2	s3	s4	10'	15'	15'	10'
Explicación + Vídeo				Distribución por grupos <u>científicos</u> y preparación de experimento.	Atención a la explicación y documentación aportada del <u>único aliado</u>		Puesta en práctica de la búsqueda de la parábola. Gravar el <u>fenómeno</u>
Tracker				Trabajo <u>científico</u> de laboratorio. Transcripción del fenómeno a datos.		Puedo <u>apoyarme</u> en otro científico.	
GeoGebra				Puedo <u>ayudar</u> a otros científicos.		Trabajo <u>matemático</u> de laboratorio. Transcripción de datos a ecuación.	
Papel				Resolución final con compañeros investigadores. <u>TODOS A POR UNA</u>			
Exposición				Escuchamos y exponemos a la <u>comunidad de científicos</u> nuestro descubrimiento. <u>TODAS ENCAJAN.</u>			
Análisis + Ficha reflexiva (calificación)				Atendemos y <u>conversamos</u> con nuestro único aliado.	Prueba final. No me fio de nadie. Elaborar <u>informe propio</u> donde declaro la existencia de las parábolas		

2.3.3. Rol del profesor

s1	s2	s3	s4	10'	15'	15'	10'
Explicación + Vídeo				Preparación de clase y distribución por grupos (Juego)	Explicación representación, significado y funcionamiento de polinomios y ecuaciones en los ejes cartesianos. Explicación física: energías, transmisión, formas, gravedad.		Supervisión y acompañamiento en la elaboración de vídeos
Tracker				Acompañamiento de la clase con cañón y personal para la resolución con Tracker.		<i>Ídem</i> con rezagados	
GeoGebra				<i>Ídem</i> con avanzados		Acompañamiento de la clase con cañón y personal para la resolución con GeoGebra.	
Papel				Acompañamiento de clase y grupos en resolución la resolución individual y puesta en común.			
Exposición						Mediador y organizador en la exposición grupal (5' por grupo).	
Análisis + Ficha reflexiva (calificación)				Debate resultados obtenidos	Control durante la elaboración individual de la ficha a evaluar.		

2.4. Análisis de la evaluación

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, la evaluación forma una parte fundamental. No solo influye de forma directa en su motivación, si no de igual manera lo repercute sobre su atención y predisposición. Aparentemente, puede parecer un proceso objetivo, por el cual se valora explícitamente si los alumnos han logrado alcanzar los conocimientos y/o procedimientos exigidos que marca la ley. Pero no es así. La evaluación arrastra consigo valores aspectuales de los alumnos que van desarrollando durante su propio proceso de aprendizaje, como son la iniciativa, la participación, el esfuerzo, la cooperación, la superación, etc. Estos saberes no son fácilmente puntuables, por el contrario, han de evaluarse de manera más subjetiva, incidiendo en cada estudiante de forma independiente y su marco vital.

Para llevar a cabo esta labor, en este punto del documento, se recogen aquellos criterios, instrumentos y modelos de referencia a la evaluación que se ponen en práctica.

2.4.1. Criterios

Los criterios de la evaluación se recogen en el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. Para tercer curso de secundaria, en los bloques 2. Números y álgebra y 4. Funciones del currículo de la asignatura de Matemáticas académicas; así como el bloque 4. Energía de la asignatura de Física y Química. Relacionando con expresiones algebraicas se obtienen los siguientes criterios de evaluación:

Se pretende evaluar la capacidad para utilizar ecuaciones y sistemas de ecuaciones en la resolución de problemas: plantear ecuaciones y sistemas que representen enunciados referidos a contextos diversos, aplicar correctamente métodos de resolución algebraica y gráfica de ecuaciones y sistemas, revisar si la solución obtenida concuerda con el enunciado, utilizar las herramientas tecnológicas para resolver e interpretar ecuaciones y sistemas, etc.

Dentro del bloque de números y álgebra (matemáticas):

- Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.

Dentro del bloque de funciones (matemáticas):

- Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.

Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto. Asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.

- Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado. Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente. Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa. Formula conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.
- Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características. Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente. Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.

Dentro del bloque de energía (física y química):

- Se pretende apreciar que el alumnado constata que la energía se puede transferir, almacenar o disipar, pero no crear ni destruir, y define la energía como una magnitud expresándola en la unidad correspondiente en el Sistema Internacional. Argumenta que la energía se puede transferir, almacenar o disipar, pero no crear ni destruir, utilizando ejemplos.
- Se pretende verificar que el alumnado relacione el concepto de energía con la capacidad de producir cambios e identifica los diferentes tipos de energía que se ponen de manifiesto en situaciones cotidianas. Relaciona el concepto de energía con la capacidad de producir cambios e identifica los diferentes tipos de energía que se ponen de manifiesto en situaciones cotidianas, explicando las transformaciones de unas formas a otras.

2.4.2. Instrumentos

Para la evaluación se hace uso de las rúbricas que se muestran a continuación. Se define una por cada elemento evaluativo, menos el examen que se evalúa como un conjunto de ejercicios individuales (semejantes a los realizados en clase y casa a lo largo de la unidad. Ejercicio a ejercicio se evalúa de forma individual su resultado, proceso,

notación y simbología matemática, orden, limpieza y coherencia) de acuerdo con lo establecido en Decreto 38/2015, de 22 de mayo del Boletín Oficial del Estado atendiendo a los caracteres definidos en el apartado previo.

TRABAJO EN CLASE (10%)	Comportamiento (adecuado)	Atención (centrada)	Participación (activa)	Cooperación (actitud)
Excelente (siempre)	(2)	(2)	(2)	(2)
Normal (A veces no)	(1)	(1)	(1)	(1)
Mal (No suele)	(0)	(0)	(0)	(0)

INFORME PAPEL (20%)	Teoría (cantidad recogida)	Resolución (Datos finales)	Orden (claridad, limpieza)	Proceso (coherencia)
Excelente (90-100 %)	(3)	(3)	(3)	(3)
Bien (70-90 %)	(2)	(2)	(2)	(2)
Normal (50-70 %)	(1)	(1)	(1)	(1)
Mal (<50%)	(0)	(0)	(0)	(0)

ARCHIVOS PC (20%) x2	Funcionabilidad (Correcto)	Originalidad (propia, creativa)	Solución (correcta)
Perfecto (funciona)	(2)	(2)	(2)
Bien (Algún error sistemático)	(1)	(1)	(1)
Mal (incoherente, inapropiado)	(0)	(0)	(0)

2.4.3. Modelos de evaluación

La evaluación de cada alumno se realiza siguiendo el modelo de evaluación continua. Para ello, se pondrá en valor tanto el trabajo diario dentro y fuera del aula como una prueba final de asimilación de conceptos. Concretamente, se seguirán los procesos de evaluación que se definen:

- *Observación del trabajo del alumno en el aula:* El objetivo recae en determinar el interés, la actitud que muestra, el comportamiento, la participación, el trabajo diario, las relaciones en grupo, ayudas prestadas y solicitadas, etc. (10%).
- *Valoración del informe personal del alumno:* Cada alumno entrega su fichero donde ha ido recogiendo cada día apuntes y ha realizado los cálculos y aclaraciones pertinentes además de observar la claridad con que lo hace, el orden, la limpieza, la certeza etc. A dicho informe en formato papel, además, se le anexiona con la mitad de la carga evaluable, los trabajos enviados con cada uno de los programas de ordenador. Valiendo ambos por igual, un cuarto del total del apartado correspondiente. (40%).
- *Valoración de una prueba escrita:* Al final de la unidad se valora la retención de conocimientos de forma expresamente individual y personal. A parte, también es de valorar el rigor matemático-científico con que se expresa, los planteamientos realizados, el desarrollo de cada actividad, así como la presentación, limpieza, claridad expositiva, orden, y, por supuesto, el resultado final obtenido. (50%).

La nota final que obtiene el alumno se calcula mediante una media ponderada de las notas que se ha obtenido en cada uno de los apartados descritos. El porcentaje de cada uno de los apartados considerados se indica al final de su descripción entre paréntesis. El docente es quien evaluará todas y cada una de dichas actividades que desarrollan la unidad didáctica. De forma implícita, se atenderán aspectos tales como: grado de interés reflejado por los alumnos, nivel de dificultad, tiempos de ejecución, qué objetivos se han conseguido, cuáles no se han alcanzado, así como sus motivos. Toda esta información recogida es crucial para el docente de cara a mejorar añadiendo, eliminando y/o modificando determinadas secciones o actividades completas.

3. Diseño de las tareas o actividades a presentar al alumno

La presente unidad ocupa una semana con sus cuatro horas de matemáticas completas. El currículum de matemáticas diferencia la totalidad de contenido en 4 bloques, por tanto, a cada uno le corresponden 8 semanas lectivas. El tercer bloque, el bloque de funciones, corresponde prácticamente al completo con el temario desarrollado en esta unidad. Por tanto, se trata de innovar en su toma de contacto de una forma lúdica a la vez que experimental y transversal como otras asignaturas para poder relacionar conceptos para después aprovechar a profundizar en detalle con los referentes adquiridos.

Es de fundamental aplicación en el programa de la unidad mantener el rol de los alumnos en cada momento: los estudiantes, al no confiar en la existencia de las parábolas tratan de conseguir hallar su existencia en la vida real adquiriendo los siguientes roles:

- Lanzamiento de bola = *Experimento*
- Cada parábola independiente = *Fenómeno a estudiar*
- Alumnos = *Científicos*
- Profesor = *Único aliado*
- Grupos de alumno = *Científicos que estudian un mismo fenómeno*
- Clase = *Comunidad de científicos*
- Programa informático Tracker = *Laboratorio físico*
- Programa informático GeoGebra = *Laboratorio matemático*
- Fichas a documentar = *Cuaderno de campo*
- Ficha de evaluación = *Informe final*

La semana dedicada a esta unidad didáctica se diferencia en cuatro sesiones correspondientes con sus cuatro clases de cincuenta minutos (contando cinco minutos de puesta en marcha y cinco minutos finales de conclusión y cambio de clase). Cada sesión de las que se enumeran a continuación se desglosa en su tabla correspondiente detallando cada actividad en función del tiempo empleado para desarrollarla, la distribución de grupos, aulas, materiales. De forma esquemática se pueden presentar las sesiones de la siguiente manera:

- Video motivador e informativo de la unidad. Uso de tracker y GeoGebra para el descubrimiento de las parábolas.
- Sesión 1: Clase magistral conocimientos físicos y grabación de movimiento parabólico sucesivo: pelota que cae de plano inclinado.
- Sesión 2: Introducción al programa tracker y resolución de la parábola indicada. Introducción a GeoGebra, análisis de los datos tracker y conformación de un polinomio de 2º grado que defina su parábola concreta.
- Sesión 3: Puesta en común grupal de ideas para decantarse por la solución final y presentación de solución con datos de cada grupo.
- Sesión 4: Clase magistral de relación de conceptos; resolución de dudas y elaboración de ficha individual a examinar.

Las fichas a las que se hace alusión en las tablas de las diferentes sesiones que se muestran a continuación, se muestran en el anexo correspondiente al final de la unidad.

*El móvil se permitirá usar expresamente para realizar la actividad encomendada. Se avisará previamente de las sanciones pertinentes si se utiliza el aparato para cualquier otra actividad. En el caso de no disponer de este artilugio o no querer utilizarlo expresamente de acuerdo a la política del centro o razón del docente, cada grupo preparará su tarea y se grabará con una cámara digital común que prestará el profesor.

**La ficha 5 puede ser renovada cuantas veces solicite el alumno, pues es un documento para acumular dudas, preguntas u otras intenciones de carácter académico.

3.1. Sesión 1

Sesión 1		
Actividad 1	<u>CLASE MAGISTRAL</u> . Introducción a los conceptos básicos de definición y operaciones con polinomios relacionado con su representación gráfica en los ejes cartesianos. Obtención de puntos y ecuaciones. 1º y 2º grado.	Tiempo: 30'
		Distribución: individual
		Aula: estándar
		Materiales: ficha 1
Actividad 2	<u>EQUIPO</u> . Los alumnos se colocan en la pared del fondo y sin hablar tienen que organizarse por fecha de nacimiento. (Gesticular, pensar y organizarse entre todos). Al final el profesor distribuye numeración de acuerdo a su equipo: α , β , γ y δ . De nuevo, sin hablar han de tratar de organizarse según el alfabeto griego.	Tiempo: 5'
		Distribución: Clase entera
		Aula: estándar
		Materiales: -
Actividad 3	<u>CAPTAR EL FENÓMENO</u> . Con la pelota y un plano inclinado definido (una mesa reclinada sobre una silla), cada grupo graba en vídeo 5 botes tras lanzarla debidamente desde una altura determinada sobre el plano inclinado también definido.	Tiempo: 15'
		Distribución: Grupal
		Aula: estándar
		Materiales: Bola, regla, lápiz y móvil* + ficha 1 + ficha 5**

3.2. Sesión 2

Sesión 2		
Actividad 1	<u>LABORATORIO FYQ</u> . Cada alumno modula de forma independiente la parábola de su grupo para obtener los datos necesarios y elaborar su informe. Se permite ensayar, preguntar y ayudarse, con especial atención a los compañeros que acaben antes del tiempo marcado.	Tiempo: 25'
		Distribución: Individual
		Aula: Ordenadores
		Materiales: Tracker + ficha 2
Actividad 2	<u>LABORATORIO MATES</u> . Cada alumno interpreta los datos recogidos ajustando una ecuación cuadrática. Se permite ensayar, preguntar y ayudarse, con especial atención a los compañeros que acaben antes del tiempo marcado.	Tiempo: 25'
		Distribución: Individual
		Aula: Ordenadores
		Materiales: Geogebra + ficha 3

3.3. Sesión 3

Sesión 3		
Actividad 1	<u>TODOS A UNA</u> . Cada grupo debate sobre el mejor modelo o combinación para dar una respuesta unánime. Se prepara una exposición para el resto de la clase con resultados y aportaciones extra que se consideren en el grupo. Además, ha de estar conectado al resto de presentaciones.	Tiempo: 25'
		Distribución: Grupal
		Aula: Estándar
		Materiales: Pizarra + ficha 4
Actividad 2	<u>EXPOSICIÓN</u> . Se muestra al resto de la clase de forma activa el trabajo realizado. Los oyentes han de anotar los resultados de los demás trabajos para tener una vinculación del trabajo completo y poder interpretar el funcionamiento de la energía y modelizar la recta de pérdidas.	Tiempo: 25'
		Distribución: Grupal
		Aula: Estándar
		Materiales: Pizarra + ficha 4

3.4. Sesión 4

Sesión 4		
Actividad 1	<u>RUEGOS Y PREGUNTAS</u> : Se ponen a debate temas que entre los alumnos pueden tratar de resolverse. En último caso entra en juego el profesor.	Tiempo: 10'
		Distribución: Clase
		Aula: Estándar
		Materiales: Fichas
Actividad 2	<u>DECLARACIÓN DE LA EXISTENCIA DE PARÁBOLAS</u> . La última ficha es un examen con preguntas a resolver acerca de los contenidos abarcados durante toda la unidad.	Tiempo: 40'
		Distribución: Expresamente individual
		Aula: Estándar
		Materiales: Ficha 6

4. Anexos

Relación de fichas 1, 2, 3, 4, 5 y 6:



Descripción del científico en descubrimiento de la Parábola Perdida:

NOMBRE _____

APELLIDOS _____

CURSO _____ GRUPO _____ LOGROS _____

PRIMERO. La parábola existe si conozco tres elementos que la definen. ¿Cuáles son y donde están representados?

SEGUNDO. Si lanzamos una manzana podrida a la basura desde una distancia de cinco metros, y roza la lámpara del techo en el punto medio del trayecto a una altura de tres metros. Si tomamos como referencia de centro de coordenadas el punto de nuestra mano donde sale volando la manzana (desde la cadera, misma altura que la papelera) ¿Existe la parábola? Si es que sí, concretiza:

¿Vértice?

¿Punto inicial? Y ¿Punto final?

¿Ecuación que describe?

Exprésalo de forma matemática, gráfica, y física.

TERCERO. Analiza la función descrita.

¿Dominio?

¿Continuidad?

En este caso concreto, ¿qué explicación física corrobora la monotonía de la función?

CUARTO. Define la recta que une la lámpara del techo con la basura del caso anterior.

Pista: conoces los puntos.

5. Bibliografía

Álvarez, J. (s.f.). *Funciones matemáticas*. [Página web]. Recuperado el 17/03/2019 de <https://www.geogebra.org/m/GMFMavaM>

Contenidos de Matemáticas. [Página web]. Recuperado el 17/03/2019 de <https://www.vadenumeros.es/tercero/ejercicios-de-rectas.htm>

Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la comunidad autónoma de Cantabria. Boletín Oficial de Cantabria. Cantabria, 5 de junio de 2015, núm. 39, 552 § 3262 (2015).

De la Rosa, A. (2003). Errores e inconsistencias en la enseñanza del concepto de función en el docente: el grado de visualización. *Mosaicos Matemáticos* (11).

Domínguez, J. y Escudero, A. M. (2014). De los errores identificados en la investigación a los errores encontrados en un aula de primero de bachillerato. *Números. Revista didáctica de las matemáticas*. 86, 111-130.

Herramienta de modelado y análisis de funciones. *Descargar aplicaciones GeoGebra*. [Página web]. Recuperado el 17/03/2019 de <https://www.geogebra.org/download>

Herramienta de modelado y análisis de vídeo. *Tracker*. [Página web]. Recuperado el 17/03/2019 de <https://physlets.org/tracker/>

Martín, A. (s.f.). *Matemáticas 3º de ESO*. [Página web]. Recuperado el 17/03/2019 de http://www.aulamatematica.com/ESO3/11_funciones/3ESO_index11.htm

Proyecto KIKS (s.f.). *STEAM* [Página web] <https://www.kiks.unican.es/descripcion-2/> recuperado 10/03/2019

Sabariego, P. (2019). *Material didáctico de la asignatura Proyectos y propuestas de innovación curricular en Matemáticas del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria de la Universidad de Cantabria*.