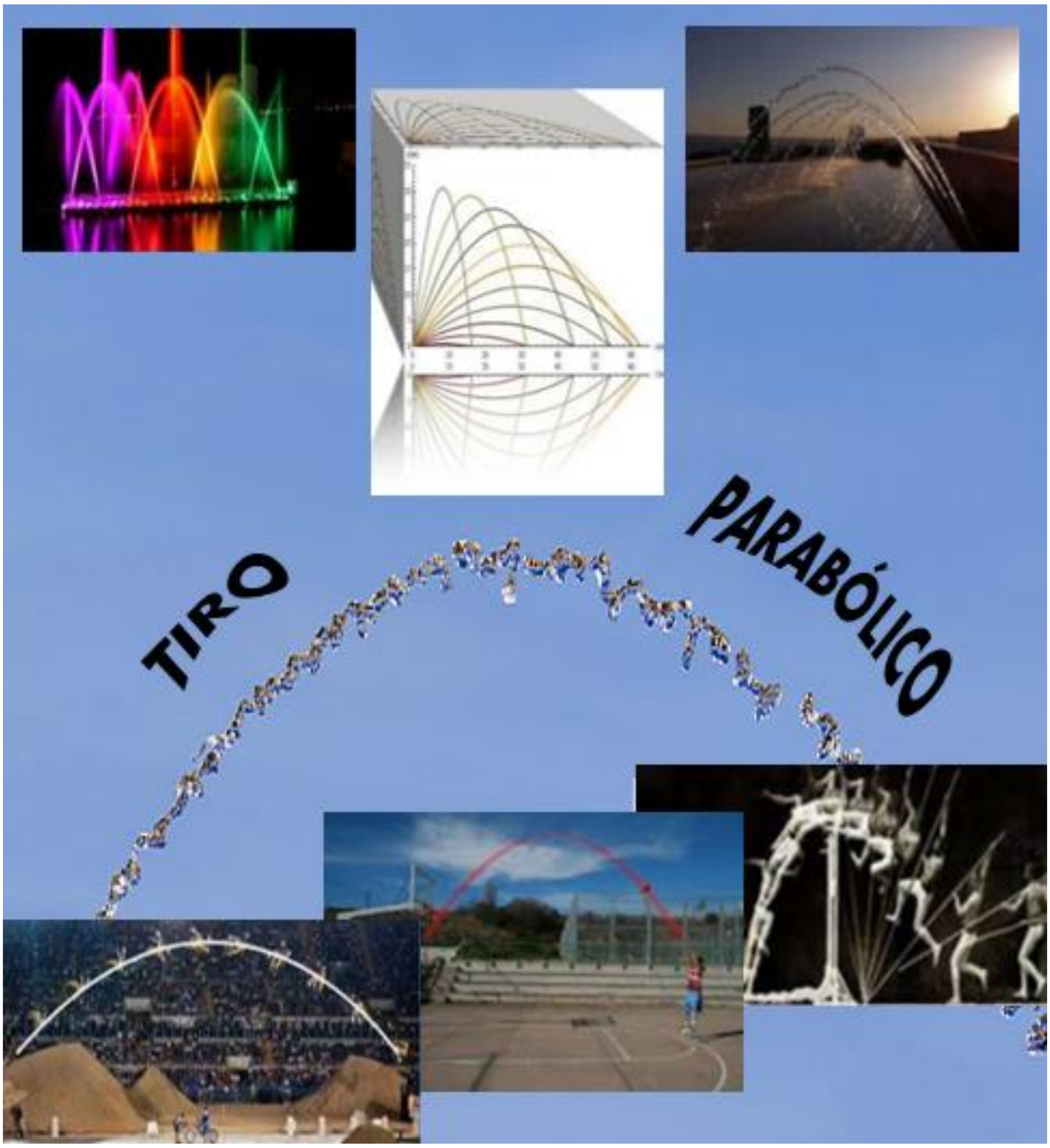


UNIDAD DIDÁCTICA – 4º ESO

MARZO 2018

MARÍA ISABEL RUIZ MARTÍN
LARA VILLAR PÉREZ

ÍNDICE

1. Introducción

En el presente trabajo vamos a exponer una unidad didáctica de matemáticas, orientada a alumnos de 4º de la ESO de matemáticas académicas basada en una experiencia STEM. Nuestra unidad didáctica es “Tiro parabólico”, prevista para el curso 2019/2020, en la que trabajaremos dentro del marco establecido por:

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE del 4), modificada por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa.
- Ley de Cantabria 6/2008, de 26 de diciembre, de Educación de Cantabria (BOC del 30).
- Real Decreto 310/2016, de 29 de julio, por el que se regulan las evaluaciones finales de Educación Secundaria Obligatoria y de Bachillerato.
- Real Decreto 1105/ 2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria, modificado por el Decreto 2/2016, de 28 de enero, que modifica el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. Corrección de errores publicada en el BOC nº 39, de 5 de junio de 2015, modificado por el Decreto 2/2016, de 28 de enero.
- Orden EDU/70/2010, de 3 de septiembre, por la que se regula el procedimiento para garantizar el derecho de los alumnos a ser evaluados conforme a criterios objetivos (BOC del 16).
- ECD/89/2017, de 21 de junio, por la que se establece el calendario escolar del curso2017-2018 para los centros docentes no universitarios (BOC del 27).
- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato.
- Orden ECD/96/2015, de 10 de agosto, por la que se dictan instrucciones para la implantación de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Cantabria. Corrección de errores al anuncio publicado en el

BOC número 158, de 18 de agosto de 2015, de Orden ECD/96/2015, de 10 de agosto, por la que se dictan instrucciones para la implantación de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Cantabria

- Orden ECD/18/2016, de 9 de marzo, por la que se establecen las condiciones para la evaluación, promoción y obtención del título en Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Cantabria.

1.1 Descripción del tema o problemática

La unidad didáctica está basada en una educación STEM (Science Technology Engineering Maths). Se trata de una combinación de las áreas de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas, creando así un método más ilustrativo e integrador, facilitando el aprendizaje y siendo parte activa del proceso.

En nuestra unidad hay una interdisciplinaridad, involucrando tanto matemáticas, como física, y teniendo como objetivo un aprendizaje conjunto de conceptos, basado en la investigación científica de manera práctica, asimilándolo al mundo real, resolviendo problemas y trabajando en equipo. La experimentación en primera persona da lugar a un aprendizaje significativo, ya que aumenta la capacidad de reflexión, pensamiento crítico, y retención de conocimiento.

1.2 Objetivos

- Impulsar una disciplina cooperativa y colaborativa entre los alumnos.
- Fomentar habilidades para que los alumnos resuelvan problemas de la vida cotidiana.
- Enseñar a analizar evidencias, recabar y dar sentido a la información, tener un pensamiento profundo y crítico, etc.
- Estimular la creatividad, la innovación y la investigación.
- Introducir las TIC en el aula como herramienta para el desarrollo de la tarea docente.

1.3 Descripción de los sujetos

Nuestra unidad está dirigida a alumnos de 15-16 años del IES Las Llamas de Santander. El grupo al que va dirigido consta de 28 alumnos, 16 chicas y 12 chicos. Aunque la mayor parte son alumnos sin dificultades, hay 3 alumnos que precisan de atención ya que presentan bastante esfuerzo para aprobar y va en crecimiento cada año; además hay otro alumno de reciente incorporación, que presenta un desfase de conocimientos carentes de base en matemáticas. Por todo ello, a la hora de explicar nuestra unidad en clase, iremos repasando conceptos, haciendo la matemática de manera más visual y más dinámica**.**

1.4 Descripción del contexto curricular, académico y socioeconómico

Siguiendo lo marcado por la Ley Orgánica de 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, "El alumnado que curse las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en 3º y 4º de ESO profundizará en el desarrollo de las habilidades de pensamiento matemático; concretamente en la capacidad de analizar e investigar, interpretar y comunicar matemáticamente diversos fenómenos y problemas en distintos contextos, así como de proporcionar soluciones prácticas a los mismos. También debe valorar las posibilidades de aplicación práctica del conocimiento matemático tanto para el enriquecimiento personal como para la valoración de su papel en el progreso de la humanidad".

Para ello de los 5 bloques en los que lo divide, en nuestra unidad didáctica vamos a trabajar con 4 de los expuestos en la LOMCE:

El Bloque 1, "Procesos, métodos y actitudes en matemáticas, es común y transversal al resto de bloques de contenidos de la ESO. Se organiza sobre procesos básicos e imprescindibles en el quehacer matemático: la resolución de problemas, proyectos de investigación matemática, la matematización y modelización, las actitudes adecuadas para desarrollar el trabajo científico y la utilización de medios tecnológicos".

El Bloque 2, "Números y Álgebra, profundiza en el conocimiento de los distintos conjuntos de números y sus propiedades y en la utilización, con destreza del lenguaje algebraico. Los conocimientos de este bloque se utilizan en el resto de los bloques directa e indirectamente".

El Bloque 3, Geometría, "ahonda en conceptos y procedimientos básicos de la geometría plana analítica para reconocer, medir, describir y analizar formas y configuraciones sencillas. Finaliza profundizando, con el uso de conceptos trigonométricos y problemas métricos."

El Bloque 4, Funciones, “afianza el concepto de función y estudia características y representaciones gráficas de funciones que se utilizan para describir, interpretar, predecir y explicar fenómenos diversos de tipo físico, económico, social o natural.

La asignatura de matemáticas aplicadas en el curso de 4º de la ESO se dará 4 horas semanales. Trabajaremos con el material didáctico de la editorial Santillana ya que ha sido el escogido por el departamento.

Respecto a la localización del colegio, está situado en Santander, en una zona próxima al centro y en la que su nivel es superior a la media en cuanto a economía y situación.

2. Análisis Didáctico

Para que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea lo más exitoso y productivo posible debemos de organizar, estructurar y planificar de forma detallada la unidad didáctica atendiendo a cuatro análisis fundamentales: el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de evaluación. Esto nos servirá de guía a lo largo de dicho proceso.

2.1 Análisis de Contenido

Este apartado, a su vez, consta de cuatro subapartados en los que explicaremos detalladamente aspectos relacionados con los contenidos que se van a abordar durante la unidad didáctica (conocimiento conceptual), las estrategias y algoritmos que se van a utilizar para ello (conocimiento procedimental), la relación que existe entre esos conceptos y los procedimientos aplicados (sistemas de representación) y la conexión que tiene todo lo anterior con la vida cotidiana (fenomenología).

2.1.1 Conocimiento conceptual

Hemos estructurado el análisis conceptual en materias (matemáticas y física) y posteriormente en bloques (álgebra, geometría y funciones), dentro de los cuales se exponen los contenidos. Lo hemos hecho de esta manera porque creemos que es más clarificador y sencillo para el docente. No obstante, somos conscientes de que dentro de estos contenidos se diferencian hechos y conceptos, siendo los hechos las unidades de información (términos, notaciones y convenios) y los conceptos las relaciones entre los hechos.

Por ejemplo, dentro del bloque de trigonometría, el triángulo sería un hecho, es algo que los alumnos de 4º de la ESO ya tienen interiorizado; mientras que las relaciones métricas en los triángulos sería un concepto, primero porque es algo nuevo para ellos y segundo porque relaciona hechos como ángulos, lados y vértices (hechos conocidos por los alumnos). Los hechos a su vez se diferencian en términos, notaciones y convenios. Valiéndonos del ejemplo anterior, ángulo es un término; rad (sistema radián) es una notación y la medición de ángulos y giro positivo en sentido contrario a las agujas del reloj es un convenio.

MATEMÁTICAS

- GEOMETRÍA: TRIGONOMETRÍA

CONTENIDO	
Triángulo	Perpendicularidad
Triángulo rectángulo	Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes
Teorema de Pitágoras	Relación entre ángulos
Cateto	Razones trigonométricas
Hipotenusa	Relaciones entre razones trigonométricas
Altura	Relaciones métricas en los triángulos
Ángulo	Medida de longitudes
Coordenadas	Razón entre longitudes
Vectores	Análisis de la geometría en el plano
Paralelismo	

- ÁLGEBRA: ECUACIONES

CONTENIDO	
Incógntas Variables Ecuaciones de segundo grado Ecuación de una parábola Convexidad	Concavidad Resolución de problemas cotidianos y de otras áreas de conocimiento mediante ecuaciones Interpretación gráfica Interpretación de resultados

- FUNCIONES

CONTENIDO	
Ejes cartesianos Coordenadas cartesianas Gráfica Tabla Fórmula Función lineal Función cuadrática Crecimiento. Decrecimiento Extremos Parábola	Representación de puntos en un sistema de ejes coordenados Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica Expresión algebraica de una función Aplicaciones de las funciones a contextos y situaciones reales Representación gráfica de resultados Análisis de resultados

FÍSICA

Aunque en esta unidad didáctica pongamos más énfasis en los contenidos matemáticos es importante y fundamental conocer algunos de los conceptos básicos de la física para entender lo que es el tiro parabólico.

CONTENIDO	
Medidas de magnitudes	Posición
Magnitudes escalares	Plano inclinado
Magnitudes vectoriales	Movimiento
Sistema Internacional de Unidades	Movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.)
Notación científica	
Marco de referencia	Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (M.R.U.A.)
Sistema de coordenadas	
Fuerza	Leyes de Newton
Fuerza normal	Ley de la gravitación universal
Rozamiento	Distancia
Coeficiente de rozamiento	Trayectoria
Gravedad	Desplazamiento
Objeto	Velocidad
Peso	Tiempo
Masa	Aceleración

MATEMÁTICAS

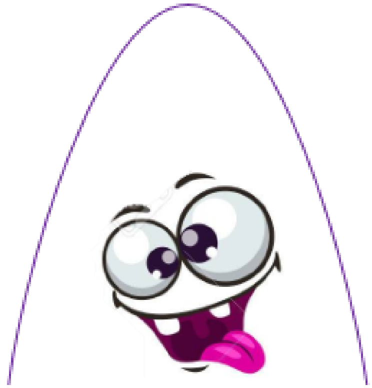
TRIGONOMETRÍA

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

RELACIONES FUNDAMENTALES

TEOREMA DE LOS SENOS Y DE LOS COSENOS



TIRO PARABÓLICO

ECUACIONES

EXPRESIÓN ECUACIÓN CUADRÁTICA

PARÁBOLA

VÉRTICE

CONVEXIDAD Y CONCAVIDAD

FUNCIONES

TABLA

GRÁFICA

REPRESENTACIÓN DE PUNTOS EN EJES COORDENADOS

FÍSICA

MOVIMIENTOS RECTILÍNEO UNIFORME (M.R.U.)

RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A.)

LEYES DE NEWTON

FUERZAS: PESO, NORMAL, ROZAMIENTO

LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

ACELERACIÓN

VELOCIDAD

TRAYECTORIA

DESPLAZAMIENTO

2.1.2 Conocimiento procedimental

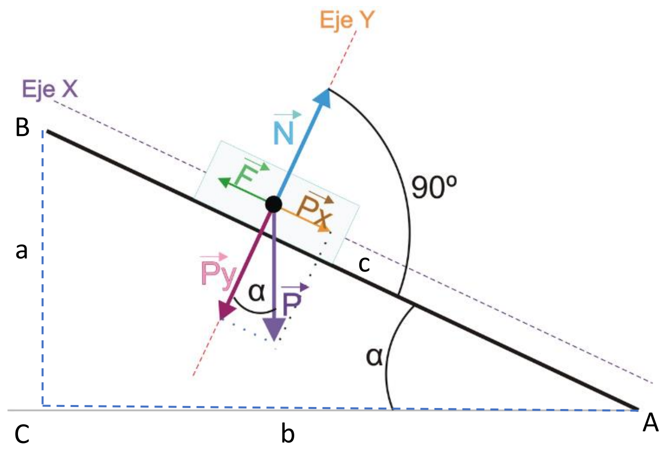
Como mencionamos con anterioridad, en este apartado veremos los algoritmos y estratégicas que el alumnado deberá llevar a cabo para la resolución de diferentes problemas relacionados con los contenidos anteriores.

Los algoritmos se entienden como el conjunto de normas o directrices que llevadas a cabo de una manera ordenada y secuencial permiten llegar a la solución o soluciones del problema.

Mientras que las estrategias son los métodos mediante los cuales los alumnos y alumnas, a través de las relaciones entre los distintos conceptos matemáticos, pueden sacar conclusiones que facilitan la resolución del problema.

<u>TRIGONOMETRÍA</u>

Cuando en el tiro parabólico tengamos un plano inclinado utilizaremos la trigonometría para el cálculo de las distintas fuerzas y/o distancias a través de:



- Razones trigonométricas

Seno de α =	**sen α**	=	$\dfrac{\text{Cateto opueto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$= \dfrac{a}{c}$
Coseno de α =	**cos α**	=	$\dfrac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$= \dfrac{b}{c}$
Tangente de α =	**tg α**	=	$\dfrac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha}$	$= \dfrac{a}{b}$

- Relaciones entre razones trigonométricas

$$(sen\ \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{sen\ \alpha}{\cos \alpha}$$

❖ Teorema de los senos. En un triángulo ABC cualquiera se cumple que:

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}}$$

❖ Teorema de los cosenos. En un triángulo ABC cualquiera se cumple que:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} \qquad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\hat{B} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$$

❖ Resolución del triángulo rectángulo:

- Se conoce un ángulo (α, β) y un lado (cateto opuesto, cateto adyacente, hipotenusa).

1. Hallar los otros dos ángulos α+β+γ =180º; γ=90º.
2. Calcular uno de los otros dos lados con la razón trigonométrica correspondiente (el cateto adyacente con la razón del seno, el cateto opuesto con la razón del coseno y la hipotenusa con la razón de la tangente).
3. Calcular el tercer lado con el teorema de Pitágoras.

- Se conocen dos lados (cateto opuesto, cateto adyacente, hipotenusa).

1. Teorema de Pitágoras para calcular el otro lado.
2. Utilizar las razones trigonométricas para calcular los ángulos (el cateto adyacente con la razón del seno, el cateto opuesto con la razón del coseno y la hipotenusa-tangente).
3. Utilizaremos la función arc (shift sen, shift cos, shift tan) de la calculadora para despejar los ángulos.

ECUACIONES

❖ Algoritmo para reconocer una expresión de segundo grado o cuadrática.

$ax^2+bx+c=0$

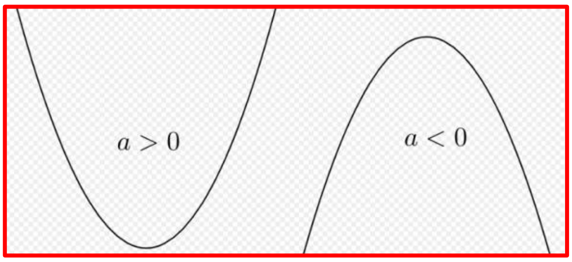
❖ Algoritmo para reconocer una parábola.

$y = ax^2+bx+c$ → **$a \neq 0$** → **PARÁBOLA**

- ❖ Algoritmo para hallar el vértice (punto máximo o mínimo) de una parábola.

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

- ❖ Algoritmo para reconocer la orientación de una parábola.



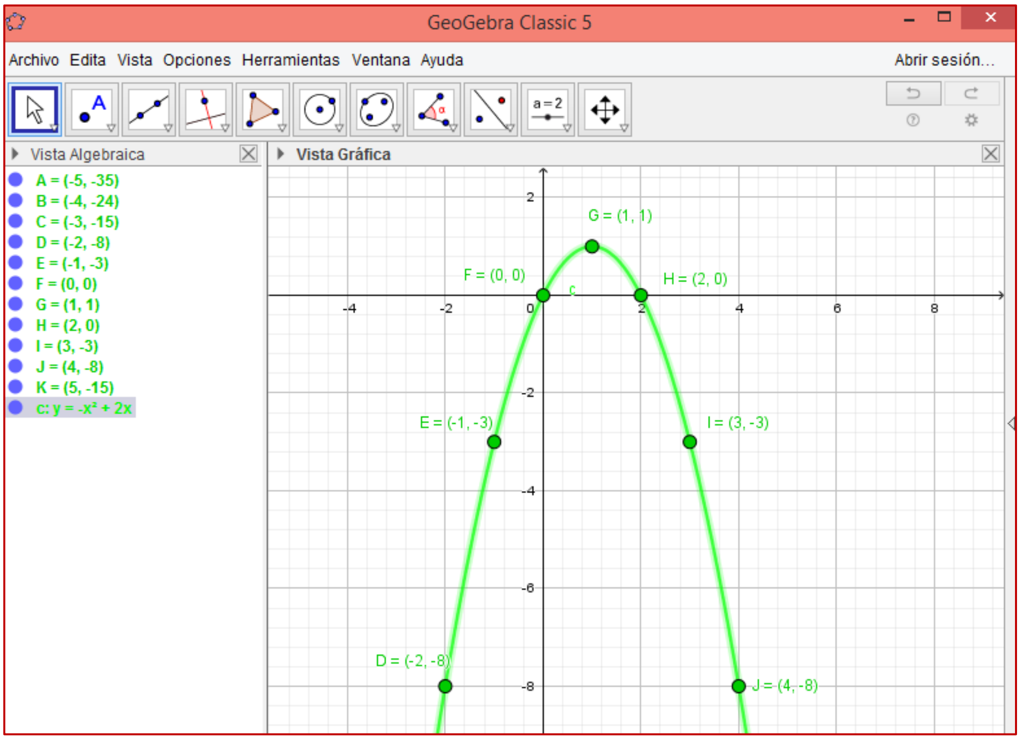
FUNCIONES

- ❖ A partir de la ecuación de una parábola **$y = ax^2+bx+c$**

- ❖ Construcción de tablas para la obtención de puntos

	A	B	C	D	E	F	H	G	I	J	K
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-35	-24	-15	-8	-3	0	1	0	-3	-8	-15

- ❖ Representación de los valores de la tabla en un eje de coordenadas

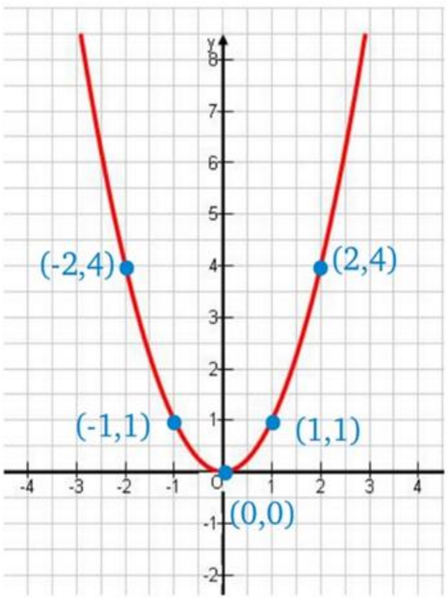


2.1.3 Sistemas de representación

Los sistemas de representación son aquellos que, a través de la utilización de palabras, símbolos, números, gráficas, dibujos o programas, nos permiten expresar objetos, conceptos o ideas, de varias maneras diferentes, como la verbal, la simbólica, la numérica, la gráfica o la manipulativa.

Un mismo concepto, objeto o idea, se puede representar en varios sistemas de representación, no única y exclusivamente en uno. Estos sistemas ayudan a comprender y asimilar conceptos matemáticos mostrando, de forma clara y útil, particularidades, relaciones, propiedades intrínsecas, diferencias, etc. de los mismos.

REPRESENTACIÓN GRÁFICO-CARTESIANO

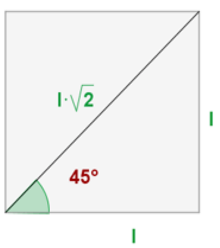


Es un sistema de representación básico tanto para la trigonometría, como para las ecuaciones, como para las funciones. Facilita visualmente la comprensión de algunos contenidos que de otra manera serían muy complicados de asimilar.

Para ello es necesario valerse de un plano cartesiano en el que poder establecer un sistema de referencia, y en el que poder utilizar herramientas y propiedades tanto gráficas como numéricas.

REPRESENTACIÓN GRÁFICO-GEOMÉTRICO

Dicho sistema de representación es muy apropiado a lo hora de estudiar contenidos, sobre todo, geométricos, ya que a través de simples dibujos se pueden explicar de manera sencilla razones métricas, relaciones entre razones y relaciones espaciales.



$$\text{sen } 45° = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45° = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 45° = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

REPRESENTACIÓN VERBAL

Es el más simple, claro y útil de los sistemas de representación ya que, a través de algo tan sencillo como el lenguaje oral o escrito, es decir, las palabras y la escritura que usamos continua y diariamente, permite expresar todos los contenidos y procedimientos del tema a tratar sin dificultad.

Ejemplo:

"La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide cinco centímetros y es el lado opuesto al ángulo recto cuya altura mide cuatro".

REPRESENTACIÓN NUMÉRICA

En este sistema de representación utilizamos los números para expresar valores, medidas, ángulos, parámetros, lados, distancias, etc.

Valiéndonos del ejemplo anterior podemos representar numéricamente lo siguiente:

Hipotenusa = 5 cm

Altura = 4 cm

Ángulo recto = 90º

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA

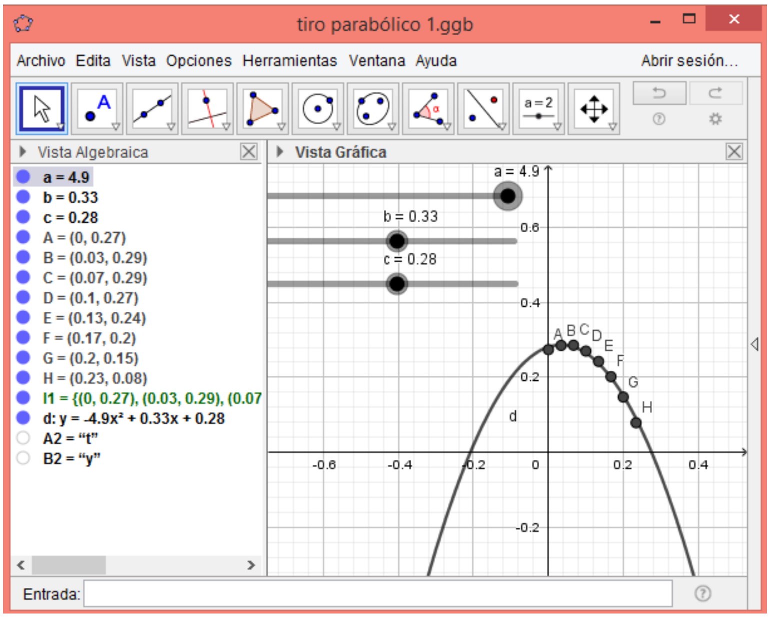
En este sistema de representación utilizamos símbolos para expresar elementos, la relación entre ellos, operaciones básicas, fórmulas, incógnitas, medidas, variables, etc.

Ejemplos:

$$\text{Sen } \alpha = \frac{Cateto\ adyacente}{Hipotenusa}$$

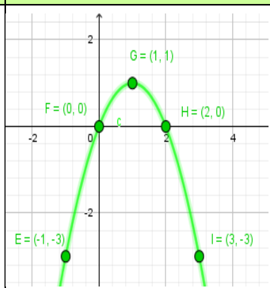
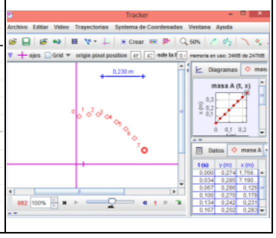
$$y = ax^2+bx+c$$

REPRESENTACIÓN MANIPULATIVA



Este sistema consiste en la utilización y manejo de recursos tecnológicos tales como GeoGebra o Tracker. El uso de estos programas permite ver a al alumnado algunas propiedades del tema, permitiéndoles manipular construcciones hechas, mover y trasladar puntos y visualizar nuevas propiedades que no son tan obvias con otros sistemas de representación.

RELACIÓN ENTRE LOS DIFERENTES SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

VERBAL	*SIMBÓLICO*	*NUMÉRICO*	*GRÁFICO*	*MANIPULATIVO*
Vértice de una parábola cuando a vale menos uno y b vale dos	$V = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$	V = (1,1)		Tracker 

2.1.4 Fenomenología

Lo que se pretende, a través de la fenomenología, es que los alumnos sean capaces de relacionar los conocimientos adquiridos durante la explicación del tema con situaciones y sucesos de la vida real, enseñándoles de esta manera la utilidad que tienen las matemáticas en el día a día y dándoles sentido a su estudio. A través de la fenomenología se pueden proponer ejercicios y problemas asociados a fenómenos naturales, incentivando de este modo la motivación del alumnado.

Es muy frecuente el suceso de este fenómeno en la vida real, pudiéndose observar tiros parabólicos en el lanzamiento de una canasta en baloncesto, en el chute de un balón de futbol, en un saque de voleibol, en el chorro de agua de una fuente o manguera, en el disparo de un proyectil, en la trayectoria de una pelota de golf, en el lanzamiento de una piedra con un tirachinas, etc.

2.2 Análisis cognitivo

Lo que se pretende en este apartado, es analizar las capacidades cognoscitivas del alumnado durante su proceso de aprendizaje, a través de las capacidades que muestra el mismo, las dificultades con las que se encuentra y los errores que comete. El objetivo es que el docente pueda reconocer si sus alumnos y alumnas, después de haber recibido el conocimiento conceptual, saben aplicar el procedimental, es decir, si son capaces de resolver problemas sin demasiadas dificultades.

En esta unidad didáctica se fomentan y desarrollan, las siguientes competencias clave:

a) Comunicación lingüística.

Incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual.

Uso de lenguaje matemático.

Descripción verbal de los razonamientos y de los procesos.

b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

Capacidad de aplicar el razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en su contexto.

Acercamiento al mudo físico a través de modelos matemáticos y potenciación de destrezas que permiten usar correctamente recursos tecnológicos para identificar preguntas, resolver problemas, llegar a una conclusión o tomar decisiones basadas en pruebas y argumentos.

c) Competencia digital.

Lectura y creación de gráficas.

Organización de la información en forma analítica y comparativa.

Modelización de la realidad.

Introducción al lenguaje gráfico.

Uso de calculadoras y herramientas tecnológicas y otros procesos matemáticos.

d) Aprender a aprender.

Autonomía en la resolución de problemas en Matemáticas.

Verbalización del proceso de resolución.

Reflexión sobre lo aprendido.

Perseverancia, sistematización, mirada crítica y habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

e) Competencias sociales y cívicas.

Utilización de estrategias personales de cálculo y de resolución de problemas aceptando otros puntos de vista y reconociendo y valorando las aportaciones ajenas.

Trabajo cooperativo y en equipo.

f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.

Planificación, gestión del tiempo y de los recursos, valoración de los resultados y argumentación para defender el proceso y los resultados.

Actitudes de confianza y de autonomía en la resolución de situaciones abiertas y problemas relacionados con la realidad concreta que vive el alumno.

g) Conciencia y expresiones culturales.

Comprensión de diversas manifestaciones artísticas.

Aplicación de conocimientos matemáticos para la creación de obras.

2.2.1 Caracterización de las capacidades

A continuación, se muestran las destrezas que el estudiantado debería de adquirir durante el desarrollo de la unidad y al final la misma. Estas destrezas se traducirían como un "saber hacer".

<u>TRIGONOMETRÍA</u>

- Utilizar conceptos y relaciones de la trigonometría básica para resolver problemas empleando medios tecnológicos, si fuera preciso, para realizar los cálculos.
- Utilizar las herramientas tecnológicas, estrategias y fórmulas apropiadas para calcular ángulos y longitudes.
- Resolver triángulos utilizando las razones trigonométricas y sus relaciones.
- Establecer correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores.

ECUACIONES

- Expresarse de manera eficaz haciendo uso del lenguaje algebraico.
- Obtener las raíces de un polinomio.
- Realizar operaciones con polinomios, igualdades notables y fracciones algebraicas sencillas.
- Formular algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudiando y resolviendo, mediante ecuaciones e interpretando los resultados obtenidos.

FUNCIONES

- Identificar y explicar relaciones entre magnitudes que pueden ser descritas mediante una relación funcional y asociar las gráficas con sus correspondientes expresiones algebraicas.
- Explicar y representar gráficamente el modelo de relación entre dos magnitudes empleando medios tecnológicos, si es preciso.
- Expresar razonadamente conclusiones sobre un fenómeno a partir del comportamiento de una gráfica o de los valores de una tabla.
- Interpretar situaciones reales que responden a funciones cuadráticas.
- Interpretar críticamente datos de tablas y gráficos sobre diversas situaciones reales.
- Representar datos mediante tablas y gráficos utilizando ejes y unidades adecuadas.
- Describir las características más importantes que se extraen de una gráfica utilizando tanto lápiz y papel como medios tecnológicos.
- Relacionar distintas tablas de valores y sus gráficas correspondientes.

FÍSICA

- Elaborar y defender un proyecto de investigación, sobre un tema de interés científico, usando las TIC.
- Representa la trayectoria y los vectores de posición, desplazamiento, y velocidad en distintos tipos de movimiento, usando un sistema de referencia.

- Clasificar distintos tipos de movimientos en función de su trayectoria y su velocidad.
- Deducir las expresiones matemáticas que relacionan las distintas variables en los movimientos rectilíneo uniforme (M.R.U.) y rectilíneo uniformemente acelerado (M.R.U.A.), así como las relaciones entre las magnitudes lineales y angulares.
- Resolver problemas de movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.) y rectilíneo uniformemente acelerado (M.R.U.A), teniendo en cuenta valores positivos y negativos de las magnitudes, y expresando el resultado en unidades del Sistema Internacional.
- Determinar el valor de la velocidad y la aceleración a partir de gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo en movimientos rectilíneos.
- Diseñar y describir experiencias realizables bien en el laboratorio o empleando aplicaciones virtuales interactivas, para determinar la variación de la posición y la velocidad de un cuerpo en función del tiempo y representa e interpreta los resultados obtenidos.
- Identificar las fuerzas implicadas en fenómenos cotidianos en los que hay cambios en la velocidad de un cuerpo.
- Representar vectorialmente el peso, la fuerza normal, la fuerza de rozamiento y la fuerza centrípeta en distintos casos de movimientos rectilíneos.
- Detallar y reproducir las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en movimiento tanto en un plano horizontal como inclinado, calculando la fuerza resultante y la aceleración.
- Comprender el motivo por el que las fuerzas gravitatorias producen movimientos de caída libre.

2.2.2 Dificultades y errores

Es sumamente importante ser conscientes de las dificultades que tiene nuestro alumnado a la hora de entender los conceptos y procedimientos y detectar los errores que estos cometen en la resolución de ejercicios para poder abordar y solucionar el problema y que estos no tengan complicaciones en posteriores etapas educativas. Además, esto ayudará al docente a mejorar sus metodologías y a redirigir su labor docente, aportando más calidad a sus lecciones.

A continuación, mostramos una selección del libro "*Cómo superar las Matemáticas de Secundaria. Los 100 errores, despistes y olvidos que puedes evitar"* de Jorge Calandra Reula (2007), con los errores más típicos en la unidad tratada.

SOLUCIÓN COMPLETA EN EL CÁLCULO DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Resolver un problema en matemáticas consiste en dar todas las soluciones posibles y no únicamente una parte de ellas. Según el teorema fundamental de la trigonometría: $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Esta expresión se utiliza entre otras muchas cosas para conocer el valor del coseno de un ángulo, conocido el seno del mismo ángulo (o viceversa). El problema se presenta en el momento de aplicar esta expresión a un ejercicio práctico. Por ejemplo, sabiendo que el seno de un ángulo es 0,25, calcula el coseno. La respuesta es habitualmente la siguiente:

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \text{sen}^2\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1 - 0{,}25^2} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1 - 0{,}0625} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{0{,}9375} \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}97$

El error cometido ha sido olvidar que una raíz cuadrada tiene dos signos. Por tanto, la solución anteriormente dada está incompleta. Lo adecuado sería dar todas las soluciones, por tanto: $\cos\alpha = \pm 0{,}97$

Para evitar este error, basta con no olvidar que una raíz cuadrada tiene dos soluciones, aunque la calculadora nos presente solamente una de ellas.

Un asunto diferente ocurre cuando se nos indica el cuadrante en el que se encuentra el ángulo. Así, si en el ejemplo presentado α pertenece al segundo cuadrante, tendríamos: $\cos\alpha = -0{,}97$

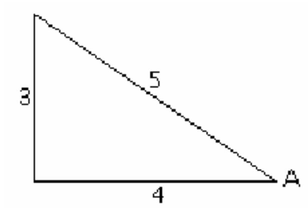
CONVIENE RECORDAR...

Los signos de las razones trigonométricas son:

- Primer cuadrante: Seno, coseno y tangente positivos.
- Segundo cuadrante: Seno positivo, coseno y tangente negativos.
- Tercer cuadrante: Seno y coseno negativos, tangente positiva.
- Cuarto cuadrante: Seno y tangente negativos, coseno positivo.

VALORES POSIBLES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Al comenzar el temario de trigonometría se presenta un triángulo rectángulo para definir sobre él las razones trigonométricas. El coseno de uno de los ángulos agudos, por ejemplo, se define como el cociente entre el cateto contiguo al ángulo y la hipotenusa. Así, en el siguiente triángulo tendremos que:



$$\cos A = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

No obstante, a la hora de resolver los variados ejercicios sobre resolución de triángulos o mediciones de longitud, los alumnos confunden las fórmulas invirtiendo las fracciones o cambiando los catetos. Llegan a resultados como el siguiente: cos A = 4/3 = 1,333... que es una solución imposible, ya que el valor del coseno no puede superar a la unidad.

Para evitar este problema, podemos optar por memorizar y aplicar correctamente las definiciones de las razones trigonométricas; comprobar los resultados finales, sabiendo que los valores del seno y del coseno están dentro del intervalo [-1,1]; aplicar el sentido común, fijándose en que el cociente entre un cateto y una hipotenusa no puede dar más de uno, al ser el cateto menor que la hipotenusa; recordar que el seno y el coseno se pueden dibujar dentro de la circunferencia goniométrica, de radio unidad, y que por tanto las dos razones comentadas no pueden medir más de la unidad.

CONVIENE RECORDAR...

Resolver un triángulo es averiguar la medida de todos sus lados y **ángulos.**

<u>APLICACIÓN CORRECTA DE LA FÓRMULA FUNDAMENTAL DE LA TRIGONOMETRÍA</u>

El teorema fundamental de la trigonometría nos permite, entre otras cosas, conocer el valor de unas razones trigonométricas conociendo previamente otras. En dicha expresión, aparecen el seno y el coseno elevados al cuadrado, por lo que los tres términos que aparecen en la ecuación son siempre positivos en la representación habitual. Así, suponiendo que cosα = −0,9, serían incorrectas expresiones como la que sigue:

$$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \text{sen}^2\alpha + (-\,0{,}9^2) = 1$$

pues el exponente 2 del coseno es tanto para el 0,9 como para el signo menos, y no solo para el 0,9. La forma correcta sería:

$$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \text{sen}^2\alpha + (-\,0{,}9)^2 = 1$$

Es claro que en la sustitución de valores obtendremos todos los términos positivos en virtud de la regla que nos indica que toda potencia de exponente par es positiva:

$$\text{sen}^2\alpha + 0{,}81 = 1 \Rightarrow \text{sen}\alpha = \sqrt{1-0{,}81} = \sqrt{0{,}19} = \pm 0{,}44$$

Este error podemos evitarlo fácilmente porque al cometerlo obtenemos un resultado absurdo. Como no es posible que el seno o el coseno tengan un valor mayor que la unidad no podremos dar solución al problema. En la situación incorrecta planteada inicialmente tendríamos:

$$\text{sen}^2\alpha + (-\,0{,}9^2) = 1 \Rightarrow \text{sen}^2\alpha - 0{,}81 = 1 \Rightarrow \text{sen}^2\alpha = 1{,}81 \Rightarrow \text{sen}\ \alpha = \sqrt{1{,}81} = \pm 1{,}35$$

lo cual, como se ha dicho, no es posible.

CONVIENE RECORDAR...

Fíjate como se realizan las siguientes operaciones:

$$-\,0{,}9^2 = -0{,}81$$

$$(-\,0{,}9)^2 = 0{,}81$$

$$-\,0{,}4^3 = -0{,}064$$

$$(-\,0{,}4)^3 = -0{,}064$$

POTENCIAS DE FUNCIONES TÍPICAS

El cuadrado de la función coseno, que tan frecuentemente aparece en los problemas de trigonometría, equivale a calcular el valor de la función coseno para el argumento y elevar a dos el resultado obtenido. Por ejemplo: $\cos^2 40 = 0{,}77^2 = 0{,}59$.

El problema surge cuando el exponente aparece en el argumento, así, cuando un alumno está resolviendo un problema puede encontrase con la siguiente expresión: $\cos 40^2$. Y aquí está la duda: ¿qué es lo que está elevado al cuadrado? ¿el 40 o el coseno? La duda surge igualmente, aunque en mucha menor medida, con la forma: $(\cos 40)^2$.

Desafortunadamente algunos alumnos optan por lo siguiente: $\cos 40^2 \approx 0{,}77^2 \approx 0{,}59$. Sin embargo la escritura no da lugar a dudas: en la forma $\cos 40^2$, el exponente 2 es para el 40, por tanto, la respuesta es: $\cos 40^2 = \cos 1600 = -0{,}94$. En la expresión $(\cos 40)^2$, el exponente es para el coseno de 40 y la solución es: $(\cos 40)^2 = 0{,}77^2 = 0{,}59$.

Para evitar estos problemas, en estas situaciones, lo que debemos aprender con seguridad son las fórmulas tales como el teorema fundamental de la trigonometría: $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, donde el cuadrado es para las funciones trigonométricas. Por tanto, podríamos escribirlo también así: $(\text{sen}\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$, se suele utilizar la primera expresión para “escribir menos” evitando el uso de los paréntesis. Otra manera de evitar esta confusión puede ser utilizar de forma abusiva los paréntesis, en el ejemplo anterior podríamos escribir $\cos(40^2)$ que no dejaría lugar a ninguna duda sobre la operación que debe realizarse en primer lugar.

Todos estos comentarios valen igualmente para otras funciones.

PRODUCTO DE FUNCIONES POR NÚMEROS

La multiplicación de una razón trigonométrica por un número se realiza de forma natural calculando el valor de la razón y multiplicando el resultado por dicho número. Por ejemplo:

$$5 \times \cos 60 = 5 \times 0{,}5 = 2{,}5$$

Sin embargo, en ocasiones se comete el error de multiplicar el argumento del coseno por el número que aparece fuera y seguidamente obtener la razón del producto resultante. Esto ocurre cuando en el transcurso de una serie de operaciones escribimos algo como lo siguiente:

$$\cos 60 \times 5 = \cos 300 = 0{,}5$$

Esta expresión es como la anterior, y por ello el resultado debería ser el mismo. Si el 5 está “fuera” del coseno, la operación está mal realizada. Si el 5 estuviera “dentro” del coseno, deberíamos escribir los dos números entre paréntesis:

$$\cos(60 \times 5) = \cos 300 = 0{,}5$$

Una forma de evitar este error es acostumbrándose a escribir las funciones después de los números, así:

$$5 \times \cos 60 = 5 \times 0{,}5 = 2{,}5$$

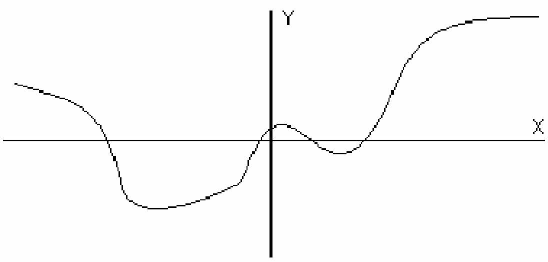
con lo que ya no volvemos a cometer el error.

CONVIENE RECORDAR...

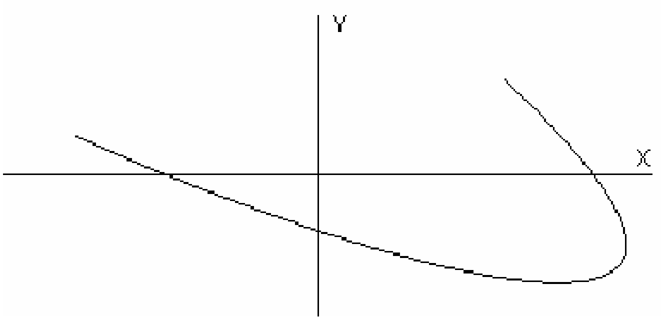
El orden de los factores no altera el producto.

CURVAS QUE REPRESENTAN FUNCIONES

Una función es una aplicación de R en R donde a cada valor de la variable independiente x le corresponde un único valor de la variable dependiente y. Podemos observar la siguiente gráfica que representa una función cualquiera:



Observaremos que para cada valor de x existe un único valor de y. El problema aparece cuando es el alumno quien tiene que representar una gráfica cualquiera. El siguiente no es un ejemplo válido de representación de una función:



El error se debe a tener presentes curvas como las espirales u otras, pero conviene aclarar que en las coordenadas cartesianas no hablaríamos de funciones elementales sino de funciones multiformes o de lugares geométricos. En una espiral, por ejemplo, para cada valor de x, tenemos varios valores de y.

CONVIENE RECORDAR...

Recuerda que curvas como la elipse, la circunferencia, o la hipérbola, no están definidas como funciones sino como lugares geométricos.

Así, por ejemplo, una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de uno fijo llamado centro.

OBTENCIÓN DEL VÉRTICE DE UNA PARÁBOLA

Una parábola es la representación gráfica de una función dada por un polinomio de segundo grado. La fórmula con la que debemos trabajar para obtener su vértice es la siguiente: $V_x = -b/2a$, donde x es la abscisa del vértice, es decir, la coordenada x del vértice de la parábola; a es el coeficiente del término de grado dos y b el coeficiente del término de grado uno. Por ejemplo, calculemos el vértice de la parábola $x^2 + 10x - 7 = 0$:

$$V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{10}{2 \cdot 1} = -5$$

El problema surge cuando los coeficientes a o b o ambos tienen signo negativo. Por ejemplo, el siguiente vértice está mal calculado. Se nos pide determinar el vértice de la parábola $x^2 - 10x + 8 = 0$:

$$V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{10}{2 \cdot 1} = -5$$

El fallo es debido a considerar que b = 10, cuando realmente b = -10. En efecto, el cálculo correcto sería:

$$V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-10}{2 \cdot 1} = 5$$

No podemos olvidarnos de calcular V_y sustituyendo la x por V_x en el polinomio:

$$V_y = 5^2 - 10 \cdot 5 + 8 = 25 - 50 + 8 = -17$$

El error se debe, la mayoría de las veces, a querer resolver el problema rápidamente y sin detenernos a pensar. Para evitar este descuido, el estudiante puede trabajar con tranquilidad, preguntándose detenidamente ante un polinomio quién es a, b y c.

Podemos relacionar esto con la fórmula utilizada para resolver la ecuación de segundo grado, donde a y b tienen el mismo significado. También debemos tener siempre presente la regla de los signos en las multiplicaciones y divisiones.

2.3 Análisis de Instrucción

En el presente apartado se expone la planificación de la unidad didáctica por clases, de tal manera que quede temporalmente establecida y estructurada, así como la organización que se va a tener con respecto a los estudiantes, y el papel que adoptaremos como docentes a la hora de impartir la unidad.

2.3.1 Planteamiento general de las sesiones de las Uds.

La unidad didáctica de tiro parabólico, la hemos organizado en 5 sesiones. Cada sesión es de 55 minutos. De acuerdo a lo establecido por la LOMCE, los alumnos han de tener un total de 4h a la semana en la materia de matemáticas, por lo tanto, quedaría establecida en una semana de la siguiente manera:

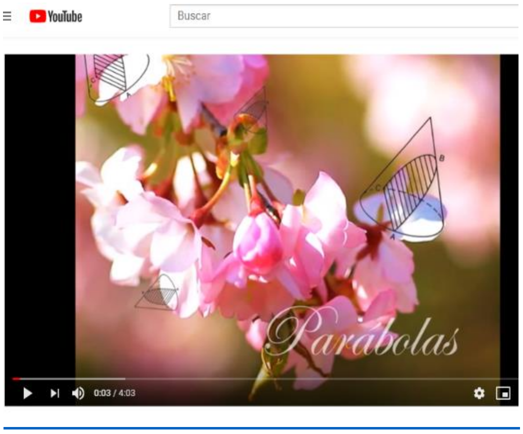
	CLASE 1	CLASE 2	CLASE 3	CLASE 4
SEMANA 1	-Presentación unidad didáctica. -Vida real. - Repaso de hechos/conceptos. - Ejercicios.	-Repaso trigonometría. -Ejercicios. -Introducción de elementos parábola. - Relación de temas de física con tiro parabólico. -Ejercicios propuestos para casa.	-Corrección de ejercicios. -Exponemos experimento. -Recordamos uso de Tracker. -Grabamos vídeos.	-Breve recordatorio. -Introducimos datos en Tracker de los dos vídeos.
	CLASE 5	**CLASE 6**	**CLASE 7**	
SEMANA 2	-Trasladamos datos de los 2 videos de Tracker a GeoGebra. -Conclusiones	-Evaluación por parejas. -Evaluación individual.	-Corrección de evaluación. -Reparto de resultados. -Consultas NUEVO TEMA	

CLASE 1

En la clase 1 de esta unidad, expondremos a los alumnos de qué trata la unidad, les indicaremos que la unidad recoge tanto hechos/conceptos matemáticos, como hechos/conceptos físicos, y que a lo largo de la unidad vamos a hacer el experimento con ellos para que lo vean en la práctica.

En esta clase número uno, les pondremos ejemplos de la vida real donde se contempla la parábola y el tiro parabólico. Además, les pondremos un vídeo para que puedan ver la parábola en la naturaleza y en nuestras vidas y el tiro parabólico:

https://www.youtube.com/watch?v=7ZBK8GAKJn8&feature=youtu.be

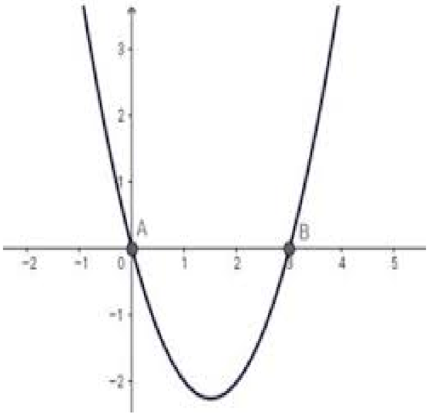


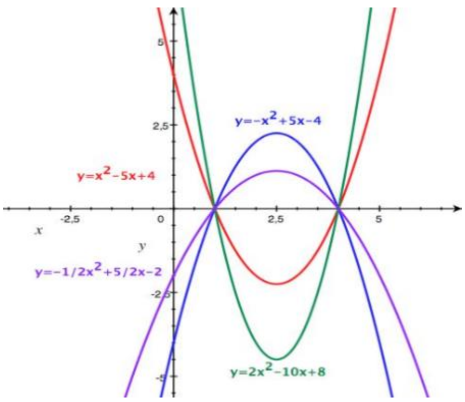
En esta clase repasaremos las ecuaciones de segundo grado y su representación gráfica, para el análisis matemático de la parábola.

- Repaso de ecuaciones de segundo grado:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}}$$

- Repaso de representación gráfica de funciones.





1º CLASE	
10 minutos	Presentación del tema
5 minutos	Vídeo adecuación a contextos reales
40 minutos	Repaso conceptos ya aprendidos: • Ecuaciones de segundo grado • Representación gráfica de funciones. Ejercicios propuestos y corrección.

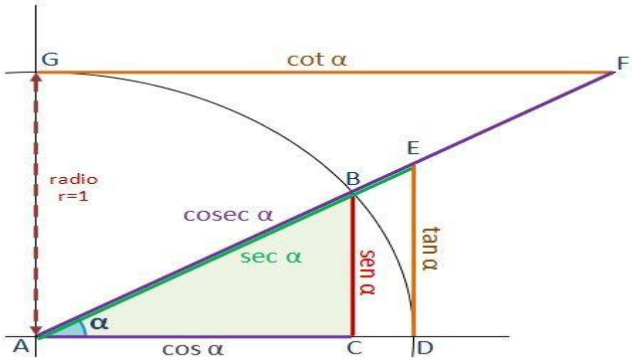
CLASE 2

En la segunda clase, continuaremos mostrando elementos a tener en cuenta en las parábolas y tiro parabólico. Una vez recordados los hechos/conceptos en la clase anterior de ecuaciones de segundo grado y funciones, en esta clase toca recordar los conceptos de trigonometría que se han dado este curso, en 4º de la ESO, en la unidad anterior. Como están recientes, es más sencillo de tratar. Estos elementos son para tener luego en cuenta las diferencias de tipo de plano que pudiera tener el tiro parabólico.

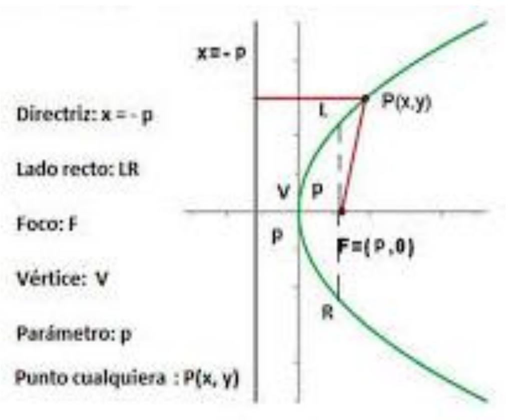
Además, en esta clase mostraremos por primera vez y de manera básica los elementos de la parábola, ya que se ven en 1º de Bachillerato.

Y, por último, para nuestra unidad didáctica, relacionaremos la asignatura de física con el tiro parabólico, centrándonos en varios temas que han dado este año también en 4º de la ESO, de Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado (MRUA), tiro, lanzamiento, y planos inclinados.

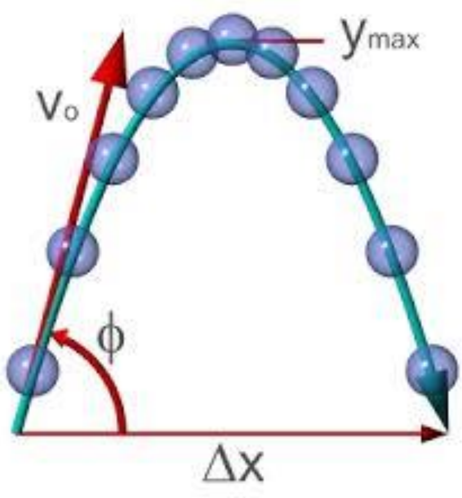
- Repaso del tema anterior de trigonometría.

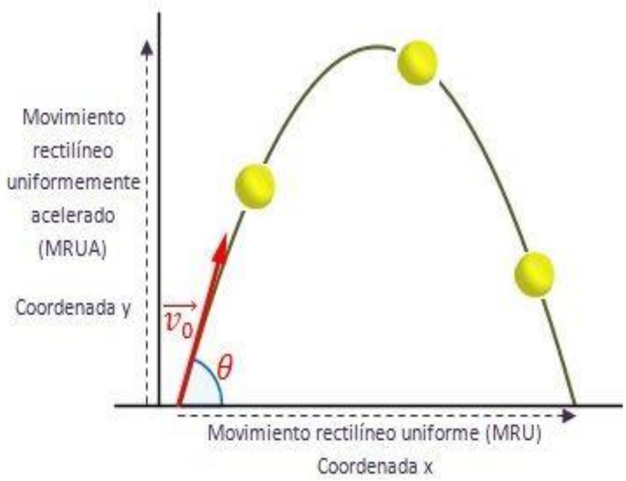


- Introducción de elementos de la parábola, (se ven más profundamente en Bachillerato).



- Relación de conceptos de fisca con el tiro parabólico.





2º CLASE	
15 minutos	Repaso del tema anterior de Trigonometría. Ejercicios propuestos y corrección.
10 minutos	Introducción de elementos de la parábola.
25 minutos	Relación de conceptos de física con el tiro parabólico. Ejercicios propuestos y corrección.
5 minutos	Ejercicios propuestos para casa.

CLASE 3

En la tercera clase, empezaremos corrigiendo los ejercicios propuestos como tarea para la clase de hoy.

Una vez sabido lo que conlleva el tiro parabólico, presentado y tratado todos sus componentes, les indicaremos ya el experimento que vamos a hacer para la explicación práctica de nuestra unidad. Concretándoles un ejercicio de tiro parabólico en grabar un vídeo del tiro de un objeto con trayectoria parabólica y otro con el mismo objeto sobre un plano inclinado, dándoles los pasos que tienen que hacer para ello.

Además, nuestro trabajo lo haremos con programas informáticos tanto para la aplicación visual de las matemáticas, GeoGebra, como de la física, Tracker, constatando la especial importancia del uso de las TICs como mejora y apoyo del proceso de aprendizaje.

- Uso del programa Tracker.

3º CLASE	
15 minutos	Corrección de ejercicios de tarea.
10 minutos	Expondremos el experimento a realizar y que hay que grabar.
15 minutos	Recordaremos cómo se utiliza Tracker. (ya visto en física).
15 minutos	Grabación de vídeos.

CLASE 4

En la cuarta clase nuestro objetivo es que los alumnos introduzcan los videos en Tracker, y con los datos que se les indicó en la clase anterior que debían de tener en cuenta, de peso (masa), y referencia en el plano en cm, poder sacar con Tracker los puntos de la trayectoria de la parábola en el eje de coordenadas, X e Y.

4º CLASE	
10 minutos	Breve recordatorio de datos a tener en cuenta y utilización de Tracker
25 minutos	Ejecución con Tracker primer video
20 minutos	Ejecución con Tracker segundo video

CLASE 5

En la quinta clase, recordaremos brevemente el uso de GeoGebra, ya que esta herramienta la han utilizado en años anteriores y en otras unidades de geometría y saben su utilización. Les indicaremos que tienen que trasladar los datos obtenidos con Tracker de las dos parábolas, a GeoGebra, creando deslizadores y ajustándolo con precisión absoluta.

Por último, en esta clase, analizaremos los datos y sacaremos conclusiones de nuestro proyecto.

En esta quinta clase se les preguntará si tienen algún tipo de dudas o cuestiones, y se resolverán. Se les avisará para que repasen ya que en la próxima clase se hará una valoración de conocimientos aprendidos.

- Uso del programa GeoGebra.

5º CLASE	
10 minutos	Breve recordatorio de GeoGebra
15 minutos	Trasladar datos a GeoGebra primer vídeo.
10 minutos	Trasladar datos a GeoGebra segundo vídeo.
10 minutos	Conclusiones.
10 minutos	Dudas y resolución.

CLASE 6

En la sexta clase, ya para evaluar los conocimientos adquiridos, propondremos realizar el ejercicio por parejas en clase y sin ayuda de otros compañeros ni del profesor, utilizando como elemento para lanzar uno diferente al utilizado anteriormente, e informándoles del tiempo del que disponen. Posteriormente sin haberlo dicho al principio de la clase para que no hablasen de ello y para evaluar el conocimiento ya de manera individual, se les propondrá que contesten a unas preguntas.

6º CLASE	
5 minutos	Propuesta de ejercicio de valoración por parejas.
30 minutos	Ejecución del ejercicio.
5 minutos	Propuesta de ejercicio de valoración individual.
15 minutos	Ejecución del ejercicio.

CLASE 7

En la clase séptima, utilizaremos parte de la clase para corregir el ejercicio de evaluación, repartir los resultados y resolución de dudas. El resto de tiempo será para el inicio de una nueva unidad didáctica.

7º CLASE	
15 minutos	Corrección del ejercicio de evaluación.
5 minutos	Reparto de resultados.
10 minutos	Dudas y resolución.

2.3.2 Papel y agrupamiento de los estudiantes

La unidad didáctica es muy práctica y por ello lo hemos enfocado para trabajo cooperativo, para lo cual dividiremos a los alumnos en grupos de 3 o 4 no más numeroso, para que, de esta manera, aunque sea cooperativo, tengan todos implicación, y así conseguir un mejor entendimiento de la unidad. (En referencia a la propia actividad, no al examen, que es aún más reducido).

Consideramos que de esta manera a parte de fomentar el trabajo en equipo y por ello la relación entre el alumnado, al tratarse de una puesta en práctica, es el propio alumno el que realiza el autoaprendizaje, lo que hace que le hace partícipe de su propia instrucción, y por ello más enriquecedor el proceso de enseñanza aprendizaje.

Además de esta manera, se trabajan varias de las competencias clave recogidas en la LOMCE:

1. Competencia en comunicación lingüística, ya que los alumnos tienen que expresar sus ideas e interactuar entre sí.
2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia, ya que tienen que razonar matemáticamente, y aplicar científicamente a la realidad.
3. Competencia digital, ya que usamos las TICS en toda la unidad.
4. Aprender a aprender, ya que el alumno al ser parte activa del aprendizaje desarrolla su capacidad de iniciar el aprendizaje y ser constante, así como de organizar el tiempo dado, y trabajar individualmente o en grupo, para conseguir un objetivo dado.
5. Competencias sociales y cívicas, ya que desarrollan la capacidad de interactuar y participar activa y democráticamente en la vida social.

2.3.3 Papel del profesor

Tal y como hemos expuesto, la unidad trata de constatar conceptos aprendidos anteriormente como las funciones de segundo grado y el movimiento, entre otros, y demostrarlo a través de un proyecto colaborativo, por lo que, lo que haremos como profesores será exponer el objetivo de la unidad, recordar todo lo aprendido y mostrar el uso de la aplicación nueva de Tracker; y para el resto ser observador, guía y “consejero” de lo que van realizando.

2.4 Análisis de Evaluación

El proceso de enseñanza aprendizaje es verificado y analizado mediante una evaluación al alumnado, de esta manera podemos comprobar de manera justa si los alumnos llegan a los objetivos tal y como indican varias de las leyes ya recogidas al inicio de dicha unidad, destacando:

- DECRETO 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. (BOC de 5 de junio).
- Orden EDU/70/2010, de 3 de septiembre, por la que se regula el procedimiento para garantizar el derecho de los alumnos a ser evaluados conforme a criterios objetivos (BOC del 16).
- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato.

La evaluación tiene un carácter bidireccional, ya que, además de la valoración e información de la evolución del propio alumnado, reporta información sobre la impartición de las clases, si se está dando la materia de manera correcta y es entendida o no; y la complejidad de ciertas partes.

2.4.1 Criterios

Como hemos mencionado anteriormente nuestra unidad tiene una fusión de matemáticas con física, por lo que expondremos los criterios de evaluación de las dos materias, recogidos directamente de la ley ya que se tratan de criterios objetivos. DECRETO 38/2015, de 22 de mayo (BOC de 5 de junio).

Respecto a la parte específica de matemáticas:

En matemáticas se trata 4 de los 5 bloques de 4º de la ESO.

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas – Para todo el proceso.

1. Expresar, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.
3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones.
4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.
5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.
6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad.
7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.
8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.
10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.
11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo

representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.

12. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

Bloque 2. Números y Álgebra – Para la parte de ecuaciones.

1. Conocer los distintos tipos de números e interpretar el significado de algunas de sus propiedades más características: divisibilidad, paridad, infinitud, proximidad, etc.
2. Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico.
3. Construir e interpretar expresiones algebraicas, utilizando con destreza el lenguaje algebraico, sus operaciones y propiedades.
4. Representar y analizar situaciones y relaciones matemáticas utilizando inecuaciones, ecuaciones y sistemas para resolver problemas matemáticos y de contextos reales.

Bloque 3. Geometría – Para la parte de trigonometría.

1. Utilizar las unidades angulares del sistema métrico sexagesimal e internacional y las relaciones y razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos en contextos reales.
2. Calcular magnitudes efectuando medidas directas e indirectas a partir de situaciones reales, empleando los instrumentos, técnicas o fórmulas más adecuadas y aplicando las unidades de medida.

3. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.

Bloque 4. Funciones – Para la parte de funciones y parábola.

1. Identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarlas, y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.
2. Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales.

Respecto a la parte específica de física:

Bloque 1. La actividad científica – Para todo el proceso.

1. Reconocer que la investigación en ciencia es una labor colectiva e interdisciplinar en constante evolución e influida por el contexto económico y político.
2. Analizar el proceso que debe seguir una hipótesis desde que se formula hasta que es aprobada por la comunidad científica.
3. Comprobar la necesidad de usar vectores para la definición de determinadas magnitudes.
4. Relacionar las magnitudes fundamentales con las derivadas a través de ecuaciones de magnitudes.
5. Comprender que no es posible realizar medidas sin cometer errores y distinguir entre error absoluto y relativo.
6. Expresar el valor de una medida usando el redondeo y el número de cifras significativas correctas.
7. Realizar e interpretar representaciones gráficas de procesos físicos o químicos a partir de tablas de datos y de las leyes o principios involucrados.

8. Elaborar y defender un proyecto de investigación, aplicando las TIC.

Bloque 4. El movimiento y las fuerzas – Para la parte de movimiento y el plano.

1. Justificar el carácter relativo del movimiento y la necesidad de un sistema de referencia y de vectores para describirlo adecuadamente, aplicando lo anterior a la representación de distintos tipos de desplazamiento.
2. Distinguir los conceptos de velocidad media y velocidad instantánea justificando su necesidad según el tipo de movimiento.
3. Distinguir los conceptos de velocidad media y velocidad instantánea justificando su necesidad según el tipo de movimiento.
4. Resolver problemas de movimientos rectilíneos y circulares, utilizando una representación esquemática con las magnitudes vectoriales implicadas, expresando el resultado en las unidades del Sistema Internacional.
5. Elaborar e interpretar gráficas que relacionen las variables del movimiento partiendo de experiencias de laboratorio o de aplicaciones virtuales interactivas, y relacionar los resultados obtenidos con las ecuaciones matemáticas que vinculan estas variables.
6. Conocer el papel de las fuerzas como causa de los cambios en la velocidad de los cuerpos y representarlas vectorialmente.
7. Usar el principio fundamental de la Dinámica en la resolución de problemas en los que intervienen varias fuerzas.
8. Emplear las leyes de Newton para la interpretación de fenómenos cotidianos.
9. Valorar la relevancia histórica y científica que la ley de la gravitación universal supuso para la unificación de las mecánicas terrestre y celeste, e interpretar su expresión matemática.
10. Comprender que la caída libre de los cuerpos y el movimiento orbital son dos manifestaciones de la ley de la gravitación universal.

2.4.2 Instrumentos

Para esta unidad didáctica hemos dividido en 3 los instrumentos de evaluación.

- ❖ Observación en clase de la participación y actitud del alumno. Supone un 20% de la nota y su rúbrica es.

	Insuficiente	Suficiente	Bien	Sobresaliente
El alumno presta atención.	El alumno se distrae con facilidad.	Presta atención casi siempre.	Presta bastante atención.	Está atento continuamente
El alumno muestra interés.	Nunca.	A veces.	Casi siempre.	Siempre.
El alumno participa en la actividad.	No es participativo.	En alguna ocasión participa.	Participa habitualmente.	Participa siempre.
El alumno se desenvuelve bien en grupo.	No interactúa con el resto.	Interactúa lo justo para la actividad.	Interactúa frecuentemente.	Interactúa sin problema y aportando al grupo.
El alumno realiza los ejercicios en clase.	No. No presta atención a lo que se va haciendo.	Sí pero hay que insistir en realizarlos, y se pierde en ocasiones.	Sí, va realizándolos sin problemas de atención.	Sí, es muy predispuesto.
El alumno corrige los ejercicios en clase.	Nunca. No va al ritmo de la clase, esta distraído.	Sí.	Sí, corrige con otro color.	Sí, corrige con otro color y pone anotaciones de importante.
El alumno asimila los conceptos.	No.	Sí, pero con algunas dudas.	Sí y se muy a menudo reflejado en las actividades.	Sí, y presenta dudas avanzadas debido a ello.
El alumno lleva el material a clase.	No.	Sí, salvo alguna ocasión.	Sí, exceptuando una ocasión.	Siempre.

❖ Realización de tarea mandada para casa. Supone un 10% de la nota y su rúbrica es:

	Insuficiente	Suficiente	Bien	Sobresaliente
El alumno realiza la tarea mandada para casa.	No. No la trae realizada.	Sí, la mayoría de las veces.	Casi siempre trae los ejercicios propuestos.	Siempre realiza las tareas que se mandan.
El alumno corrige la tarea con interés para ver lo aprendido y los errores.	No.	Sí, pero poniendo simplemente el resultado de lo incorrecto.	Sí y con explicaciones de los errores.	Sí, con explicaciones de los errores y señalando puntos a reforzar o importantes.

❖ Evaluación del ejercicio/examen. Supone un 70% de la nota y su rúbrica es:

	Insuficiente	Suficiente	Bien	Sobresaliente
El alumno entiende los conceptos necesarios para la tarea.	No comprende los conceptos.	Los entiende sin aplicación.	Los entiende con aplicación.	Los entiende con aplicación y a contextos reales.
El alumno realiza correctamente los vídeos para la tarea.	No, distrayéndose al hacerlos.	Sí, aunque con ayuda.	Sí, sin ayuda.	Sí sin ayuda y de manera muy rápida.
El alumno usa adecuadamente los programas para la tarea.	No, no sabe utilizarlos.	Sí, aunque con ayuda.	Sí sin ayuda.	Sí sin ayuda y de manera muy rápida.
El alumno aplica los conocimientos a los programas.	No, no sabe su aplicación ya que no presta atención.	Sí, aunque de manera dirigida.	Sí sin ningún tipo de ayuda.	Sí sin ningún tipo de ayuda y muy rápido.
El alumno sabe interpretar los resultados	No.	Sí, aunque con alguna cuestión por matizar.	Sí, de manera adecuada.	Sí, perfectamente, dando todas las explicaciones y ahondando en ellas.

El alumno sabe aplicar la unidad a la vida real.	No.	Sí, aunque puede que con alguna ayuda.	Sí, sin problema.	Sí, y de diversas maneras.

2.4.3 Modelo de evaluación

El alumnado es evaluado mediante la evaluación continua, y se valora como hemos comentado anteriormente tanto la involucración y trabajo diario del alumno, como la realización de la tarea para casa, así como el ejercicio individual final de evaluación de conocimientos adquiridos.

Quedando expuesto de la siguiente manera:

- Observación en clase de la participación y actitud del alumno. Es valorado con un porcentaje del 20% de la nota. Se trata de valorar tanto la actitud, interés, así como la participación y el trabajo del alumno en clase.

- Realización de tarea mandada para casa. Es valorada con un porcentaje del 10% de la nota. Se trata de valorar la realización, corrección y adecuación de la actividad mandada para realizar en casa.

- Evaluación del ejercicio/examen. Es valorada con un porcentaje del 70% de la nota. Supone la valoración de la adquisición de conocimientos, su aplicación, entendimiento y reflexión.
  A su vez se divide en dos partes:

  - Primer apartado - Ejercicio de evaluación propuesto por parejas 40% (sobre el 70%): Consiste en la aplicación de la unidad en un contexto real, de los conocimientos adquiridos y con el uso de las TIC con los programas relacionados para esta unidad.
  - Segundo apartado - Reflexión individual derivada del ejercicio realizado por parejas. 30% (sobre el 70%). Para contrastar el entendimiento adquirido particular, de cada alumno.

Los ejercicios de valoración para este tercer apartado son:

1ª parte, ejercicio de evaluación por parejas.

Ejercicio:

Por parejas, elegir un elemento para el tiro parabólico distinto al escogido durante la práctica anterior grupal.

1) Construir un plano inclinado (a escoger).
2) Grabar el vídeo y luego introducirlo en Tracker.
3) Analizar:
    - Estimar el tiempo de caída.
    - La trayectoria de caída.
    - Medir longitudes de caída.
5) Introducir los datos en GeoGebra.
6) Ajustar la parábola.
7) Interpretar los datos de ambos programas.

2ª parte, ejercicio individual.

Ejercicio:

1) Indica qué elementos hay que tener en cuenta para el tiro parabólico.
2) ¿A qué conclusiones llegas con la práctica anterior?
3) ¿Qué diferencia puede haber con plano inclinado a que sea sin él?
4) ¿El peso del objeto en qué repercute?
5) ¿Qué sucede con los deslizadores creados en GeoGebra?

La nota final, será pues una media ponderada de los tres apartados expuestos.

3. Diseño de las tareas o actividades a presentar al alumno

Las tareas a realizar en clase después de la explicación y recordatorio del profesor son:

- **ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO:**

- $\boxed{x^2 - 2x + 1 = 0}$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

La ecuación tiene una única solución doble.

- $\boxed{2x^2 - 7x + 3 = 0}$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} \begin{cases} \nearrow x_1 = \dfrac{12}{4} = 3 \\ \searrow x_2 = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

La ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

- $\boxed{x^2 + x + 1 = 0}$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

La ecuación no tiene soluciones reales.

FUNCIONES:

Representa gráficamente:

- $y = x^2 - 4x + 3$

Solución:

* Vértice

$x_v = -(-4)/2.1 = 2$

$y_v = 2^2 - 4.2 + 3 = -1$

V (2, -1)

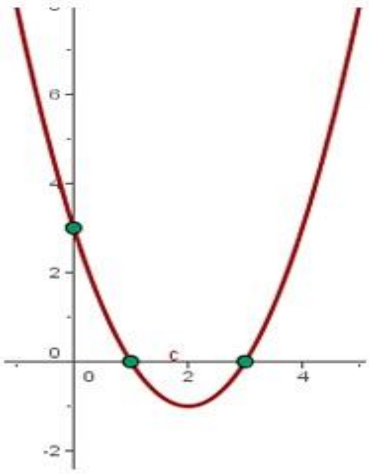
* Punto de corte con el eje OX.

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$ $x_1 = 3;\ x_2 = 1$. Los puntos de corte son (3,0) y (1,0)

* Punto de corte con el eje OY.

y =0²-4*0+3=3, El punto es (0,3).



- $y = x^2 + x + 1$

Solución:

* Vértice:

$x_v = -1/2 \quad y_v = (-1/2)^2 + (-1/2) + 1 = 3/4$

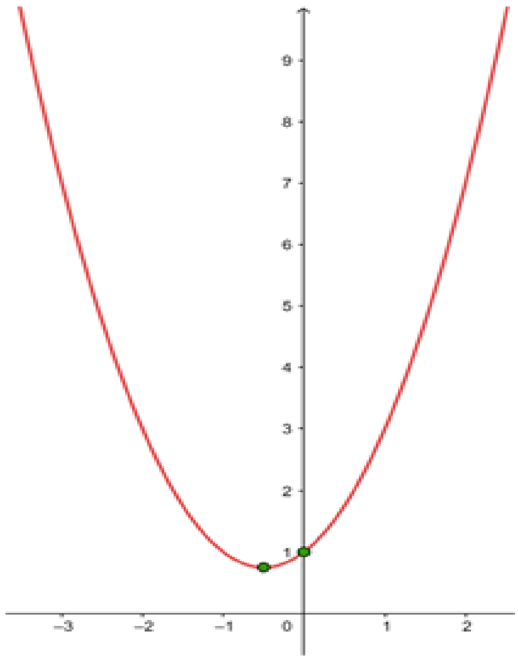
$V(-1/2, 3/4)$

* Puntos de corte con el eje OX

$x^2 + x + 1 = 0$

$1^2 - 4 < 0$ No hay puntos de corte con OX

* Punto de corte con el eje OY $(0, 1)$



TRIGONOMETRÍA:

- Sabiendo que sen α = 1/3, obtén el coseno y la tangente a través de las razones trigonométricas. Calcula, usando la calculadora, el valor de α expresándolo en grados, minutos y segundos sexagesimales.

Solución:

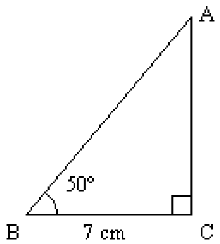
$$\cos\alpha = \sqrt{1-(\text{sen}\,\alpha)^2} = \sqrt{1-(1/3)^2} = \sqrt{\tfrac{8}{9}} = \boxed{\tfrac{2}{3}\sqrt{2}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1/\cancel{3}}{\frac{2}{\cancel{3}}\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{4}} \quad (3\ \text{p})$$

$$\text{con calculadora: } \alpha = \text{arcsen}\,\tfrac{1}{3} \approx 19{,}4712^{\circ} \approx \boxed{19^{\circ}28'16''}$$

- En un triángulo rectángulo ABC, con el ángulo recto en C, se conoce β =50º y el cateto BC = 7 cm. Calcula los lados AB, AC y en ángulo α.

Solución:

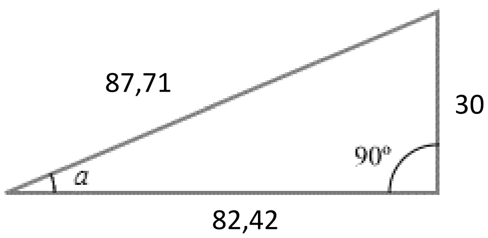


$$\tan 50^{\circ} = \frac{\overline{AC}}{7} \; ; \; \overline{AC} = 7\tan 50^{\circ} \cong \boxed{8{,}3423\ cm}$$

$$\cos 50^{\circ} = \frac{7}{\overline{AB}} \; ; \; \overline{AB} = \frac{7}{\cos 50^{\circ}} \cong \boxed{10{,}8901\ cm}$$

$$\alpha = 90^{\circ} - 50^{\circ} = \boxed{40^{\circ}}$$

- Calcula los valores de α, sen α, cos α y tan α.



Solución:

$$\text{sen}\,a = \frac{30}{87{,}71} \approx 0{,}3420$$

$$\cos a = \frac{82{,}42}{87{,}71} \approx 0{,}9397$$

$$\tan a = \frac{30}{82{,}42} \approx 0.3640$$

$$a \approx 20^{\circ}$$

FÍSICA MRU y MRUA:

- Un portero saca el balón desde el césped a una velocidad de 26 m/s. Si la pelota sale del suelo con un ángulo de 40° y cae sobre el campo sin que antes lo toque ningún jugador, calcula:

    - Altura máxima del balón
    - Distancia desde el portero hasta el punto donde caerá en el campo
    - Tiempo en que la pelota estará en el aire

Solución:

En el punto en que el balón alcanza la altura máxima, su componente de velocidad vertical será Vy = 0 m/s, ya que deja de subir y empieza a descender. Aplicamos la fórmula de la velocidad en el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). En este caso será:

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t = 16,71 - 9,81 \cdot t$$

Como Vy = 0:

$$0 = 16,71 - 9,81 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{16,71}{9,81} = 1,7\ seg$$

Tiempo que tarda en llegar el balón a su punto más alto. Ahora aplicamos la ecuación del espacio en el MRUA, para averiguar la altura máxima, sabiendo el tiempo que ha invertido en llegar a ella:

$$y_{max} = y_0 + v_0 \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$y_{max} = 0 + 16,71 \cdot 1,7 + \frac{1}{2} \cdot (-9,81 \cdot 1,7^2) = 14,23\ m$$

Nos queda saber el alcance. Como el movimiento parabólico es simétrico, tardará lo mismo en llegar al punto más alto que del punto más alto al césped, es decir, 1,7 · 2 = 3,4 s.

Aplicamos la fórmula del espacio del MRU:

$$x_{max} = x_0 + v_{0x} \cdot t = 0 + 19,92 \cdot 3,4 = 67,73\ m$$

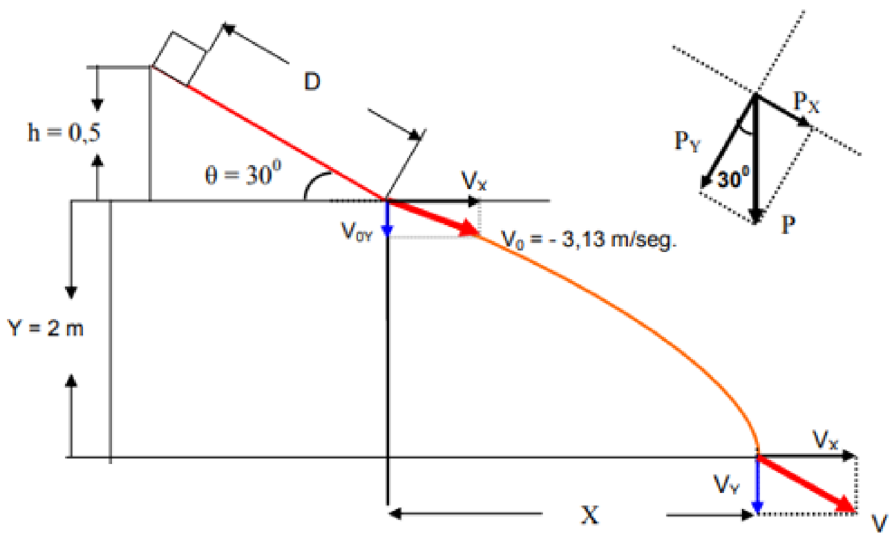
- Un bloque de masa m = 2 Kg se suelta del reposo a una altura h = 0,5 metros de la superficie de la mesa, en la parte superior de una pendiente con un ángulo θ = 30º como se ilustra en la figura. La pendiente esta fija sobre una mesa de H = 2 metros y la pendiente no presenta fricción.

  a) Determina la aceleración del bloque cuando se desliza hacia debajo de la pendiente.

  b) Calcula la velocidad del bloque cuando deja la pendiente.

  c) Determina la distancia a la mesa cuando el bloque toca el suelo.

  d) Halla el tiempo transcurrido entre el momento en que se suelta el bloque y cuando golpea el suelo.



Solución:

a)

$P_X = P \text{ sen } 30^o$

$\sum F_X = m\, a$

$\mathbf{P_X = m\, a}$

$\mathbf{P_X = m\, g \text{ sen } 30}$

$\mathbf{P_X = m\, a}$

$\mathbf{\cancel{m}\, g \text{ sen } 30 = \cancel{m}\, a}$

$g \text{ sen } 30 = a$

$a = 9{,}8 * 0{,}5$

$\mathbf{a = 4{,}9\ m/seg^2}$ aceleración del bloque cuando se desliza hacia abajo por el plano inclinado

$$\text{sen } 30 = \frac{h}{D} \qquad D = \frac{h}{\text{sen } 30} = \frac{0{,}5}{0{,}5} = 1 \text{ metro}$$

D = 1 metro

La velocidad del bloque cuando deja el plano inclinado es:

$$(V_F)^2 = \cancelto{0}{(V_0)^2} + 2 * a * X$$

$$2\, a\, x = (V_F)^2$$

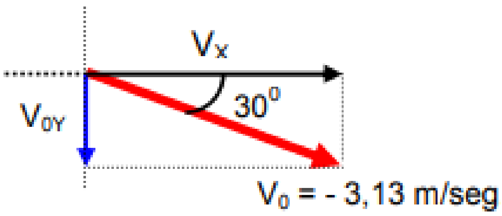
$$V_F = \sqrt{2\ a\ X} = \sqrt{2 * 4{,}9 * 1} = 3{,}13 \frac{m}{seg}$$

b) La velocidad con la cual llega al final del plano inclinado, es la misma velocidad con la que el cuerpo inicia el tiro parabólico. Es decir, la velocidad inicial en el tiro parabólico es 3,13 m/seg. Esta velocidad es negativa por que va dirigida hacia abajo. (V_0 = - 3,13 m/seg.)

V_{0Y} = Vo sen 30

V_{0Y} = 3,13 sen 30

V_{0Y} = - 1,565 m/seg.



Esta velocidad es negativa por que va dirigida hacia abajo.

d) Tiempo total = tiempo en el plano inclinado + tiempo en el tiro parabólico.

Es necesario hallar el tiempo que tarda el cuerpo en bajar por el plano inclinado.

$V_F = V_0 + a\,t$

como $V_0 = 0$ -> $V_F = a\,t$

$$t = \frac{V_F}{a} = \frac{3{,}13\ m/seg}{4{,}9\ m/seg^2} = 0{,}638\ seg$$

t = 0,638 seg. (tiempo del cuerpo en el plano inclinado) Es necesario hallar el tiempo que tarde el cuerpo en el tiro parabólico.

cómo Y = 2 metros (V_{0Y} = - 1,565 m/seg.):

$$-Y = -V_{0Y}\ t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_{0Y}\ t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$2 = 1{,}565\ t + \frac{9{,}8 * t^2}{2}$$

$$2 = 1{,}565\ t + 4{,}9\,t^2$$

Ordenando la ecuación, hallamos el tiempo que el cuerpo está en el aire. 4,9 t2 + 1,565 t – 2 =0. Resolviendo obtenemos que:

t = 0,4988 seg. (tiempo del cuerpo en el TIRO PARABOLICO)

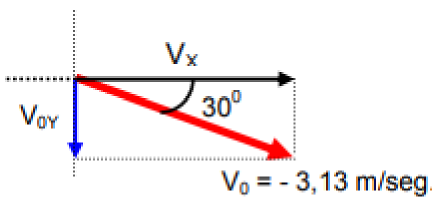
Tiempo total = tiempo en el plano inclinado + tiempo en el tiro parabolico
Tiempo total = 0,638 seg. + 0,4988 seg.
Tiempo total = 1,137 seg.

c) $X = V_X * t$, donde t es el tiempo del cuerpo en el TIRO PARABÓLICO que es igual a 0,4988 seg.

$V_X = Vo \cos 30$

$V_X = 3{,}13 * 0{,}866$

$V_X = 2{,}71$ m/seg.



Esta velocidad es positiva porque va dirigida hacia la derecha.

EJERCICIO RECOPILATORIO DE LA UNIDAD - PARA CASA:

Resuelve la ecuación:

$$\boxed{7x^2 + 21x - 28 = 0}$$

Solución:

*Simplificamos la ecuación dividiendo entre 7, para facilitar el cálculo.

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = 1 \\ \searrow x_2 = -4 \end{cases}$$

La ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

Representa gráficamente:

$$y = x^2 + 2x + 1$$

Solución:

*Vértice:

$x_v = -2/2 = -1$ $y_v = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 1 = 0$

V(− 1, 0)

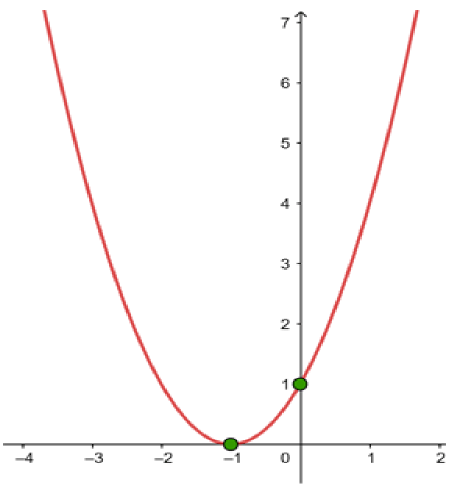
*Puntos de corte con el eje OX

$x^2 + 2x + 1 = 0$

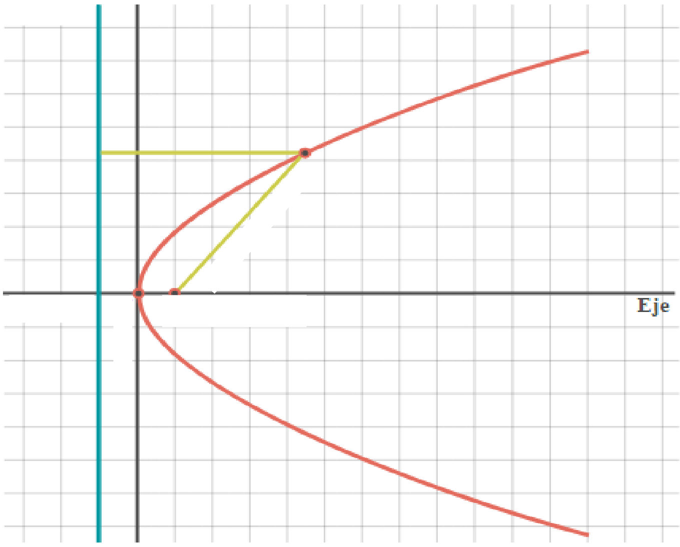
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Coincide con el vértice: (−1, 0)

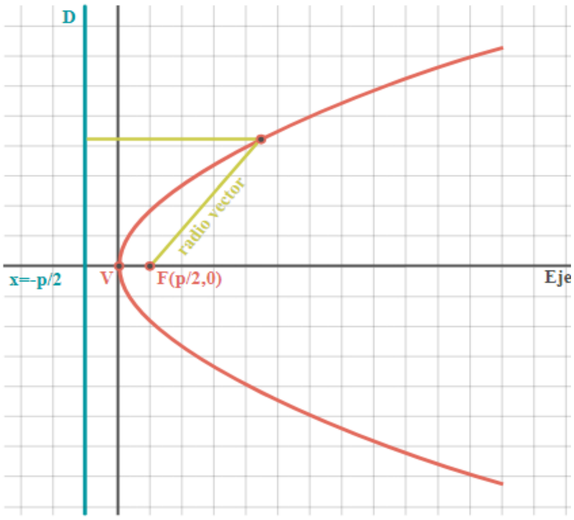
*Punto de corte con el eje OY (0, 1)



- **Indica los distintos elementos de la parábola.**



Solución:



Foco: Es el punto fijo. F

Directriz: Es la recta fija. D

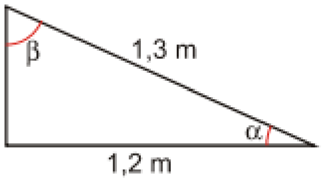
Parámetro: A la distancia entre el foco y la directriz de una parábola se le llama parámetro.

Eje: La recta perpendicular a la directriz y que pasa por el foco recibe el nombre de eje. Es el eje de simetría de la parábola.

Vértice: Es el punto medio entre el foco y la directriz. También se puede ver como el punto de intersección del eje con la parábola.

Radio vector: Es el segmento que une un punto cualquiera de la parábola con el foco.

- Calcula las razones trigonométricas de los ángulos α y β:



Solución:

Llamamos x a la longitud del otro cateto y calculamos su valor usando el teorema de Pitágoras:

$x^2 + 1{,}2^2 = 1{,}3^2 \rightarrow x^2 + 1{,}44 = 1{,}69 \rightarrow x^2 = 0{,}25 \rightarrow x = 0{,}5 \text{ m}$

Calculamos las razones trigonométricas de α y β:

$sen\ \alpha = \frac{0{,}5}{1{,}3} = 0{,}38 \qquad cos\ \alpha = \frac{1{,}2}{1{,}3} = 0{,}92 \qquad tg\ \alpha = \frac{0{,}5}{1{,}2} = 0{,}42$

$sen\ \beta = \frac{1{,}2}{1{,}3} = 0{,}92 \qquad cos\ \beta = \frac{0{,}5}{1{,}3} = 0{,}38 \qquad tg\ \beta = \frac{1{,}2}{0{,}5} = 2{,}4$

- Un arquero dispara una flecha cuya velocidad de salida es de 100m/s y forma un ángulo de 30º con la horizontal. Calcula:

  a) El tiempo que la flecha está en el aire.

  b) La altura máxima.

  c) El alcance máximo.

  d) La velocidad a los 4 segundos.

  e) La velocidad final.

Solución:

EJE X:

$V = V_0 \cdot cos\alpha \rightarrow V = 100 \cdot cos30 = 86{,}60$ m/s

$S = V \cdot t \rightarrow S = 86{,}60 \cdot t$

EJE Y:

$V0y = V0 \cdot sen\alpha \rightarrow V0y = 100 \cdot sen30 = 50$ m/s

$V = V0y – gt \rightarrow V = 50 - 9{,}8 \cdot t$ $h = h0 + V0y \cdot t – 1/2 \cdot g \cdot t2 \rightarrow h = 50 \cdot t – 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot t2$

a) La velocidad en el eje Y vale cero.

$0 = 50 – 9{,}8 \cdot t \rightarrow t = 5{,}10$ s

Un tiro oblicuo es simétrico: tarda el mismo tiempo en llegar hasta el punto más alto que el que tarda en regresar al suelo (exactamente no es así en la realidad, pero aquí despreciamos siempre el rozamiento del aire). Por lo tanto, el tiempo total vale:

$t_{total} = 5{,}10 \cdot 2 = 10{,}20$ s

b) Para calcular la altura máxima, usamos la fórmula de la altura con el tiempo de 5,10 segundos que calculamos en el apartado anterior:

$h = 50 \cdot 5{,}10 - 1/2 \cdot 9{,}8 \cdot (5{,}10)^2$

$h = 127{,}55$ m

c) Para el alcance máximo hacemos algo parecido. Usamos el tiempo total del apartado a), pero en la fórmula del espacio para el eje X:

$S = 86{,}60 \cdot 10{,}20 = 883{,}32$m

d) Para la velocidad a los 4 segundos hay que calcular DOS VELOCIDADES, la del eje X (que en realidad ya la sabemos porque es constante) y la del eje Y.

EJE X $\rightarrow V_x(4) = 86{,}60$ m/s

EJE Y $\rightarrow V_y(4) = 50 - 9{,}8 \cdot t = 10{,}8$ m/s

La forma correcta de indicarlo sería:

V (4) = 86,60i + 10,8j m/s

e) En ausencia de rozamiento del aire, el tiro oblicuo es simétrico. Por lo que la velocidad final será igual que la inicial, con la única diferencia de que en el eje Y la velocidad será de signo contrario (lo que antes iba subiendo ahora va bajando).

$V_{final} = 86{,}60i - 50j$ m/s

4. Bibliografía

Arenas, F., Becerra, M., Morales, F., Urrutia, L., y Gómez, P. (2014). *Razones trigonométricas.*

Calandra J. (2007). *Cómo superar las matemáticas de secundaria. Los 100 errores, despistes y olvidos que puedes evitar.* Consejería de educación de Cantabria.

Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. *Boletín Oficial de Cantabria*. Santander, 5 de junio de 2015, núm. 39, pp. 2711-3784.

Educar en STEM, un reto para Madrid. Recuperado de: http://educacionstem.educa.madrid.org/

Fernández, M., Prellezo, S., y Rodríguez, C. (2018). *Expresiones algebraicas.*

Ejercicios

https://www.monografias.com/trabajos-pdf4/problemas-resueltos-plano-inclinado/problemas-resueltos-plano-inclinado.pdf

https://www.matematicasonline.es/cuarto-eso/ejercicios2/7-trigonometria.pdf

http://www.cajondeciencias.com/Descargas%20fisica/ER%20TiroOblicuo.pdf

https://www.bdmat.com/

https://www.universoformulas.com/fisica/cinematica/movimiento-parabolico-ejercicios-resueltos/

https://www.vitutor.com/

https://www.matesfacil.com/

https://www.vadenumeros.es/